

М. В. Петров<sup>1</sup>, А. И. Кибец<sup>2</sup>, Б. В. Михайлов<sup>1</sup>, Е. Г. Гоник<sup>1</sup>, В. А. Иванов<sup>1</sup>

## ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ, ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ, ПРИ КРУЧЕНИИ

<sup>1</sup> Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия

<sup>2</sup> Научно-исследовательский институт механики при Нижегородском государственном университете им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

**Аннотация.** В работе выполнено опытное исследование устойчивости цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом-железным порошком, при кручении и разработана методика оперативного приближенного расчета критического крутящего момента. Опыты показали, что устойчивость оболочек теряется в упругости. Построены линейные зависимости угла поворота поперечных сечений от крутящего момента, кроме оболочек, заполненных сыпучим материалом в начальный момент движения. Здесь получена нелинейная зависимость угла поворота сечений оболочки от крутящего момента за счет действия крутящего момента от сил трения между порошком и внутренней стенкой образца. Зависимость угла поворота от крутящего момента в обоих случаях параллельные, но для заполненных образцов зависимость была смещена на величину крутящего момента от сил трения. Что бы убедиться в правильности утверждения о влиянии силы трения на критический крутящий момент были выполнены опыты с обмазкой внутренней стенки образцов смазочным материалом. В этом случае критический крутящий момент для заполненных сыпучим материалом образцов, совпадал с критическим крутящим моментом для пустых образцов. Для расчета крутящего момента от сил трения использована методика расчёта силы давления сыпучей среды на стенку образца, которая умножалась на коэффициент трения и на радиус срединной поверхности образца. Критический крутящий момент, заполненных железным порошком образцов, определялся суммой критического крутящего момента для пустых образцов, рассчитанных по формуле Вольмира с крутящим моментом от сил трения. Полученные расчетом критические крутящие моменты сравнивались с опытными значениями. Получена удовлетворительная сходимость в пределах 16 %. Методика расчета рекомендована для оперативного расчёта критического крутящего момента, для заполненных сыпучим материалом оболочек, при кручении .

**Ключевые слова:** оболочка, устойчивость, эксперимент, расчет, методика, сыпучий материал, крутящий момент.

DOI: 10.37972/chgpu.2022.52.2.002

УДК: 539.3

**Введение.** Много элементов конструкций машиностроения, самолетостроения типа тонкостенных оболочек. Расчеты на прочность и устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек рассмотрены в многочисленных работах [15-18,21-25]. В этих работах исследуются пустые и заполненные различными жидкими продуктами оболочки под действием различных нагрузок. В работах [18-20] выполнены теоретические и экспериментальные исследования устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе. Оказалось, что устойчивость оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе возрастает. Автоцистернами перевозятся различные сыпучие грузы (мука, песок, сельхозпродукты и т.д.). При перевозке цистерны, представляющие собой тонкостенную цилиндрическую оболочку, испытывают действие изгибающих и крутящих моментов.

Устойчивость тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, при кручении мало исследовано [4], поэтому исследование этой проблемы весьма актуально. Не разработана методика оперативного, приближенного их расчета на устойчивость.

**Цель работы.** Выполнение экспериментальных исследований устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, при кручении, разработка приближенного метода расчета их на устойчивость.

**Методика расчета.** Для определения давления сыпучей среды на внутреннюю поверхность образца воспользуемся методикой [1], принимая для заполнителя условия идеально сыпучей среды.

Рассечем образец на две равные части. На рис.1 показана схема действия сил поперечным сечением на середине длины образца.

Обозначим геометрические размеры образца  $L$  – длина,  $r$  – радиус срединной поверхности.

Сила гидростатического давления на сечение ABC равна:

$$F_x = \gamma \cdot H \cdot L \cdot h_c, \quad (1)$$

где  $\gamma$  – удельный вес сыпучей среды,  $H$  – расстояние от верхнего уровня заполнителя до нижней точки,  $h_c$  – расстояние от верхнего уровня заполнителя до центра давления.

---

© Петров М. В., Кибец А. И., Михайлов Б. В., Гоник Е. Г., Иванов В. А., 2022

*Петров Михаил Васильевич*

**e-mail:** rimmametova20@gmail.com, доктор технических наук, профессор, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

*Кибец Александр Иванович*

**e-mail:** kibec@mech.unn.ru, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Научно-исследовательский институт механики при Нижегородском государственном университете им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия.

*Михайлов Борис Васильевич*

**e-mail:** boris.mihaylov.63@mail.ru, кандидат технических наук, доцент, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

*Гоник Екатерина Григорьевна*

**e-mail:** katu.gonik@mail.ru, доцент, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

*Иванов Виктор Анатольевич*

**e-mail:** 2605victor@mail.ru, старший преподаватель, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

Поступила 03.07.2022

Сила собственного веса заштрихованного объёма  $G$  равна:

$$G = \gamma \cdot V, \quad (2)$$

где  $V$  – объём, занимаемый сыпучей средой.

Реакцию оболочки на действие сыпучей среды обозначим  $R$ . Спроектируем силу  $R$  на  $X$  и  $Z$ , получим  $R_x$  и  $R_z$ .

Составим уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \sum x = 0; \quad F_x - R_x = 0 \text{ откуда } R_x = F_x, \\ \sum z = 0; \quad R_z - G = 0 \text{ откуда } R_z = G. \end{aligned}$$

Реакция цилиндрической поверхности:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2} = \sqrt{(\gamma \cdot V)^2 + (\gamma \cdot S_x \cdot h_c)^2}, \quad (3)$$

где  $S_x = \pi r L$ .

Суммарное давление сыпучей среды  $P$  на внутреннюю поверхность отсечённой части образца (рис. 1):

$$P = R. \quad (4)$$

Сила трения между поверхностями заполнителя и внутренней стенкой образца  $F_T$  равна:

$$F_T = 2 \cdot P \cdot k, \quad (5)$$

где  $k$  – коэффициент внешнего трения, коэффициент два учитывает две одинаковые отсеченные части образца.

Крутящий момент от силы трения  $M_T$  равен:

$$M_T = F_T \cdot r. \quad (6)$$

Крутящий момент от силы трения противодействует внешнему крутящему моменту и увеличивает критический крутящий момент. Зависимость (6) позволяет исследовать влияние сыпучего заполнителя на величину критического крутящего момента.

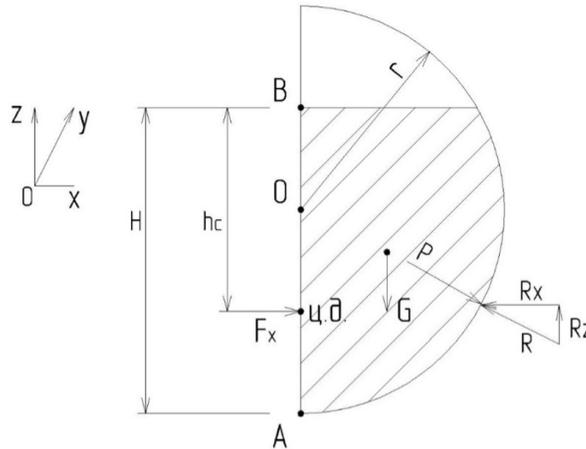


Рис. 1. Схема действия сил в поперечном сечении на середине длины образца.

Если известно опытное значение критического крутящего момента для пустых образцов  $M_{cr}^{01}$ , тогда величина крутящего момента для заполненных сыпучим материалом образцов  $M_{cr}^0$  равен:

$$M_{cr}^0 = M_{cr}^{01} + M_T. \quad (7)$$

Если неизвестно  $M_{cr}^{01}$ , то можно рассчитать величину критического крутящего момента для заполненных сыпучим материалом образцов  $M_{cr}^0$  следующим образом:

В работе [2] верхнее критическое касательное напряжение для пустых оболочек рассчитывается по формуле 13.120:

$$S_B = 0,78 \cdot E \cdot \frac{h}{R} \cdot \sqrt[4]{\frac{R \cdot h}{L^2}}. \quad (8)$$

Для практических расчетов рекомендуется вычислять критическое касательное напряжение:

$$S_{cr} = 0,8 \cdot S_B \quad (9)$$

Критический крутящий момент  $M_{cr}'$  равен:

$$M_{cr}' = S_{cr} \cdot 2\pi R^2 h. \quad (10)$$

Тогда расчетное значение критического крутящего момента  $M_{cr}^P$  для заполненных оболочек равно:

$$M_{cr}^P = M_{cr}' + M_T. \quad (11)$$

В расчетных формулах неизвестно расстояние от верхнего уровня заполнителя до нижней точки  $H$ , которое зависит от процента заполнения сыпучим материалом.

Площадь поперечного сечения, занимаемого заполнителем равен:

$$S = \frac{\Pi \cdot S_1}{100} \quad (12)$$

где  $S_1 = \pi \cdot r^2$  - площадь поперечного сечения образца;  $\Pi$  - процент заполнения образца.

Площадь поперечного сечения сегмента кругового, не занятого заполнителем равен:

$$S_c = S_1 - S. \quad (13)$$

Для расчёта геометрических размеров сегмента воспользуемся таблицей 1.1.1.15 [3] Табличное значение площади сегмента равен

$$S_T = \frac{S_c}{r^2}. \quad (14)$$

По значению  $S_T$  определяем стрелку сегмента  $h_T$

Стрелка сегмента заполненного образца:

$$h = h_T \cdot r. \quad (15)$$

Расстояние от верхнего уровня заполнителя до нижней точки равен:

$$H = 2r - h. \quad (16)$$

Расстояние от верхнего уровня, сыпучей среды до центра давления, примем как для идеально сыпучей среды:

$$h_c = \frac{2}{3} \cdot H. \quad (17)$$

**Результаты испытания.** Для проверки методики расчета выполнены экспериментальные исследования.

Эксперименты выполнялись на экспериментальной установке, описанные в работе [4]. Один конец образцов жестко закреплялся, к другому концу прикладывался крутящий момент. Размеры образцов приведены в таблице 1.

№ серии	Радиус $r$ , мм	Толщина стенки $h$ , мм	Длина $L$ , мм	$L/R$
1	31,5	0,1	140	4,45
2	31,5	0,1	90	2,86
3	31,5	0,1	25	0,79

Таблица 1. Размеры образцов

Результаты испытаний и расчетов приведены в таблице 2.

серия об- разцов	$M_{cr}^{01}$ , Н·см	$M_{cr}^0$ , Н·см	$M_{cr}^l$ , Н·см	$M_T$ , Н·см	$M_{cr}^P$ , Н·см	$\frac{M_{cr}^0 - M_{cr}^P}{M_{cr}^0} \cdot 100\%$
1	1094	1154	1094	47,15	1141	7,7
2	1103	1290	1207	30,7	1238	4
3	1745	1986	2294	8,41	2302,41	16

Таблица 2. Результаты испытаний

Как пример результаты испытаний образцов второй серии приведены на рис . 2.

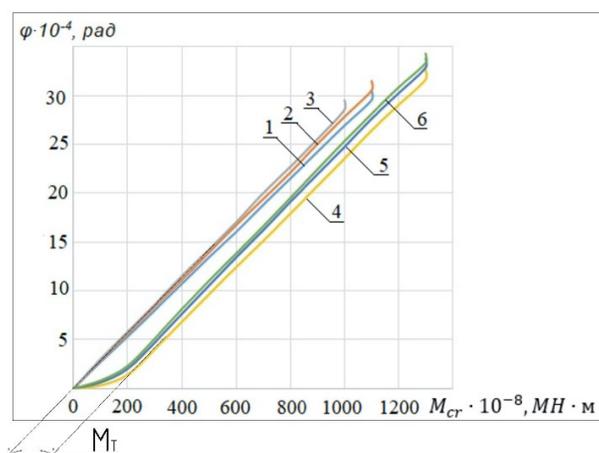


Рис. 2. Результаты испытаний образцов второй серии: графики 1,2,3 для пустых образцов, графики 4,5,6 для заполненных на 90% объема образцов.

На рис 2.  $\varphi$  – означает угол закручивания образца при соответственном крутящем моменте.

Графики линейные, потеря устойчивости происходило в упругости. Для пустых и заполненных, железным порошком образцов, графики параллельные кроме начальных участков, где происходило влияние силы трения между порошком и внутренней стенкой образцов. Графики 4,5,6 смещены на  $M_T$  по отношению к графикам 1,2,3. Для третьей серии коротких образцов образцов получено большое расхождение до 16 % критического крутящего момента (табл. 2), потому что формула (8) выведена для оболочек средней длины.

Чтобы убедиться в правильности предположении о влиянии силы трения на крутящий момент были выполнены опыты с обмазкой внутренней стенки образцов смазочным материалом. В этом случае для обмазанных образцов критический крутящий момент совпадал с критическим крутящим моментом для пустых образцов.

Результаты расчетов критических крутящих моментов удовлетворительно совпадают с результатами экспериментов (табл. 2). Следовательно, разработанную методику расчетов можно использовать для практических расчетов критического крутящего момента тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим наполнителем, при кручении.

### Заключение

- (1) Разработана приближённая методика расчета на устойчивость при кручении цилиндрических тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом.
- (2) Для заполненных сыпучим материалом оболочек при кручении на критический крутящий момент влияет сила трения между наполнителем и внутренней стенкой оболочки.
- (3) Сыпучий наполнитель увеличивает значение критического крутящего момента.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Зверева В. Н., Земляная Н. В., Земляной В. В., Бочаров С. В., Якушкина О. И., Кучерова Л. В., и др. Гидравлика, Учебно-методический комплекс. Дальневосточный федеральный университет. 2015, 277 с.
- [2] Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Физматгиз, 1967. 984 с.
- [3] Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1964. 607с
- [4] Петров М. В. , Михайлов Б. В. , Гоник Е. Г. , Иванов В. А. Экспериментальное исследование потери устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем при кручении // Современные вопросы механики 2021 : Сборник статей по материалам III Международной сплошных сред конференции ( Чебоксары , 23-24 ноября 2021 г. ) . С.71–78 .
- [5] Ильюшин А. А., Огибалов П. М. Уругоупругие деформации полых цилиндров. М.:МГУ, 1960. 227 с .
- [6] Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Мильцын А. М. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек. Киев : Наукова Думка, 1977. 141 с .
- [7] Бойко Д. В., Железнов Л. П., Кабанов В. В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при поперечном изгибе // Механика твердого тела, 2012. №2 . С . 59–67 .
- [8] Бойко Д. В., Железнов Л. П., Кабанов В. В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости подкрепленных овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении изгибающим моментом и краевой поперечной силой // Механика твердого тела. 2012. № 3. С. 47–53 .
- [9] Шербаков В. Т. Устойчивость цилиндрической оболочки при кручении в условиях ползучести //Ученые записки ЦАГИ. Т. 9. № 3. 1978.
- [10] Власов В. В. Устойчивость цилиндрических оболочек с наполнителем при осевом сжатии и внешнем давлении // Прикл . мех . 1973. Т. 9. № 1. С. 117–121 .
- [11] Григолюк Э. И., Кабанов В. В. Устойчивость оболочек. М.: Наука, 1978. 360 с .

- [12] Иванов В. А. Исследования по теории оболочек с наполнителем. Диссертация д-ра физико-математических наук. 1983. Казань.
- [13] Зарипов Р. М., Иванов В. А. Приближенный расчет изгиба оболочки наполнителем // Механика деформируемых сред. № 2. 1977. С. 94-99.
- [14] Ильгамов М. А., Иванов В. А., Гулин Б. В. Расчет оболочек с упругим наполнителем. М.: Наука, 1987. 260 с.
- [15] Кабанов В. В., Железнов Л. П. Нелинейное деформирование и устойчивость круговой цилиндрической оболочки, заполненной жидкостью // Пространственные конструкции в Красноярском крае. Красноярск, 1989. С. 89-98.
- [16] Зубчанинов В. Г. Устойчивость и пластичность. В 2 т. Т. 1. Устойчивость. М.: Физматлит, 2007. 448 с.
- [17] Ильгамов М. А., Иванов В. А., Гулин В. Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим наполнителем. М.: Наука, 1977. 331 с.
- [18] Сафиуллин Ф. Х. К изгибу цилиндрических оболочек с наполнителем при локальных нагрузках // Сб.: Исследования по теории оболочек. Тр. семинара КФТИ КФАН СССР. Казань, 1978. Вып. 10. С. 97-103.
- [19] Баженов В. Г., Гоник Е. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г., Фролова И. А. Экспериментальное упругопластическое и теоретическое исследование выпучивания цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, под действием поперечной силы // Ученые записки Казанского университета. Серия-математические науки. 2017. Т. 159. С. 282-295.
- [20] Петров М. В., Федорова Т. Г., Михайлов Б. В., Гоник Е. Г., Пфаненштиль Н. Г. Влияние несовершенств геометрии тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, на их устойчивость при изгибе В сборнике: Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции. Материалы IV Международной (X Всероссийской) конференции. 2018. С. 148-156
- [21] Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Шошин Д. В. Численный анализ деформирования, потери устойчивости и закритического поведения большегабаритных емкостей для автомобильной транспортировки сыпучих грузов // Проблемы прочности и пластичности. 2008. № 70. С. 89-97.
- [22] Cerik B. C., Shin H. K., Cho S. R. A comparative study on damage assessment of tubular members subjected to mass impact // Marine Structures. 2016. V.46. P. 1-29.
- [23] Dou Y., Liu Y. Computational investigation of lateral impact behavior of pressurized pipelines and influence of internal pressure // Thin-Walled Structures. 2015. V. 95. P. 40-47.
- [24] Houliara S., Karamanos S.A. Stability of long transversely isotropic elastic cylindrical shells under bending // International Journal of Solids and Structures. 2010. V. 47. No 1. P. 10-24.
- [25] Arbocz J., Babcock Experimental investigation of the effect of generalimperfections on the buckling of cylindrical shells. NASA CR - 1163. 1968.
- [26] Chong J., Gao F. Y., Li X. H. Dynamic buckling behaviors of steel cylindrical shell subjected to conventional explosion impact loading // Advanced Materials Research. 2013. V.800. P. 196-200.

M. V. Petrov<sup>1</sup>, A. I. Kibets<sup>2</sup>, B. V. Mikhailov<sup>1</sup>, E. G. Gonik<sup>1</sup>, V. A. Ivanov<sup>1</sup>

**APPROXIMATE METHOD FOR CALCULATING THE STABILITY OF  
THIN-WALLED CYLINDRICAL SHELLS OF MEDIUM LENGTH FILLED  
WITH BULK MATERIAL DURING TORSION**

<sup>1</sup>Chuvash state University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russia

<sup>2</sup>Research Institute of Mechanics, N.I. Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russia

**Abstract.** In this work, an experimental study of the stability of cylindrical shells filled with granular material - iron powder, during torsion, was carried out and a method for the operational approximate calculation of the critical torque was developed. Experiments have shown that the stability of shells is lost in elasticity. Linear dependences of the angle of rotation of the cross sections on the torque are constructed, except for shells filled with bulk material at the initial moment of motion. Here, a nonlinear dependence of the angle of rotation of the shell sections on the torque is obtained due to the action of the torque on the friction forces between the powder and the inner wall of the sample. The dependence of the angle of rotation on the torque in both cases is parallel, but for the filled samples, the dependence was shifted by the amount of torque on the friction forces. To verify the correctness of the statement about the effect of friction force on the critical torque, experiments were performed with coating the inner wall of the samples with a lubricant. In this case, the critical torque for samples filled with bulk material coincided with the critical torque for empty samples. To calculate the torque from friction forces, the method for calculating the pressure force of a granular medium on the sample wall was used, which was multiplied by the friction coefficient and the radius of the middle surface of the sample.

The critical torque of the samples filled with iron powder was determined by the sum of the critical torque for empty samples calculated according to the Volmir formula with a torque from friction forces.

The critical torques obtained by calculation were compared with experimental values. Satisfactory convergence within 16% was obtained. The calculation method is recommended for the operational calculation of the critical torque, for shells filled with bulk material, during torsion.

**Keywords:** shell, stability, experiment, calculation, technique, bulk material, torque.

## REFERENCES

- [1] Zvereva V. N., Zemlyanaya N. V., Zemlyanoy V. V., Bocharov S. V., Yakushkina O. I., Kucherova L. V., etc. Hydraulics, Educational and methodological complex. Far Eastern Federal University. 2015, 277 p.

---

*Petrov Mikhail Vasilyevich*, Doctor of Engineering, Professor, Chuvash state University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russia,

*Kibets Alexander Ivanovich*, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Chief Researcher, Research Institute of Mechanics, N.I. Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russia,

*Mikhailov Boris Vasilyevich*, Candidate of technical Sciences, Associate Professor, Chuvash state University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russia,

*Gonik Ekaterina Grigoryevna*, Ass. Professor, Chuvash state University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russia,

*Ivanov Viktor Anatolyevich*, Senior Lecturer, Chuvash state University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russia.

- [2] Volmir A.S. Stability of deformable systems. M.: Fizmatgiz, 1967. 984 p.
- [3] Bronstein I. N., Semendyaev K. A. Handbook of mathematics. M.: Nauka, 1964. 607 p.
- [4] Petrov M. V., Mikhailov B. V., Gonik E. G., Ivanov V. A. Experimental study of the buckling of thin - walled cylindrical shells with loose filler during torsion // Modern issues of mechanics 2021: Collection of articles based on the materials of the III International Continuum Conference (Cheboksary, November 23-24, 2021) . pp.71-78.
- [5] Ilyushin A. A., Ogibalov P. M. Elastic-plastic deformations of hollow cylinders. M., MGU, 1960. 227 p.
- [6] Mossakovsky V. I., Manevich L. I., Miltsyn A. M. Simulation of the bearing capacity of cylindrical shells. Kyiv: Naukova Dumka, 1977. 141 p.
- [7] Boyko D. V., Zhelezov P., Kabanov V. V. Study of nonlinear deformation and stability of non-circular cylindrical shells under transverse bending // Solid State Mechanics. 2012. No. 2. P. 59–67.
- [8] Boyko D. V., Zhelezov P., Kabanov V. V. Investigation of nonlinear deformation and stability of reinforced oval cylindrical shells under combined loading with a bending moment and an edge transverse force // Solid State Mechanics. 2012. No. 3. P. 47–53.
- [9] Shcherbakov V. T. Stability of a cylindrical shell during torsion under creep conditions // Scientific notes of TsAGI. Vol. 9. No. 3. 1978.
- [10] Vlasov V.V. Stability of Cylindrical Shells with Filler under Axial Compression and External Pressure // Applied Mech. 1973. V. 9. No. 1. P. 117–121.
- [11] Grigolyuk E. I., Kabanov V. V. Shell stability. M.: Nauka, 1978. 360 p.
- [12] Ivanov V. A. Research on the theory of shells with filler. Dissertation of Doctor of Physical and Mathematical Sciences. 1983. Kazan.
- [13] Zaripov R. M., Ivanov V. A. Approximate calculation of the shell bending by filler. Sat // Mechanics of deformable media. 1977. No. 2. P. 94–99.
- [14] Ilgamov M. A., Ivanov V. A., Gulin B. V. Calculation of shells with elastic filler. M.: Nauka, 1987. 260 p.
- [15] Kabanov V. V., Zhelezov L. P. Nonlinear deformation and stability of a circular cylindrical shell filled with liquid // Spatial constructions in the Krasnoyarsk region. - Krasnoyarsk, 1989. P. 89–98.
- [16] Zubchaninov V. G. Stability and plasticity. In 2 t. T. 1. Stability. M.: Fizmatlit, 2007. 448 p.
- [17] Ilgamov M. A., Ivanov V. A., Gulin V. Strength, stability and dynamics of shells with elastic filler. M.: Science, 1977. 331 p.
- [18] Safiullin F.Kh. To the bending of cylindrical shells with filler under local loads. Sat: Researches on the theory of shells // Proceedings of the KIPT KFAN USSR seminar. Kazan, 1978. Issue. 10. P. 97-103.
- [19] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Frolova I. A. Experimental elastoplastic and theoretical study of buckling of cylindrical shells filled with bulk material under the action of a transverse force // Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Series - mathematical sciences. 2017. Vol. 159. P. 282–295.
- [20] Petrov M. V., Fedorova T. G., Mikhailov B. V., Gonik E. G., Pfanenstil N.G. Influence of imperfections in the geometry of thin - walled cylindrical shells filled with bulk material on their bending stability // New in architecture, design of building structures and reconstruction. Proceedings of the IV International (X All-Russian) Conference. 2018. P. 148–156
- [21] Bazhenov V. G., Kibets A. I., Petrov M. V., Shoshin D. V. Numerical Analysis of Deformation, Loss of Stability and Supercritical Behavior of Large Tanks for Automobile Transportation of Bulk Cargoes // Problems of Strength and Plasticity. 2008. No. 70. P. 89–97.
- [22] Cerik B. C., Shin H. K., Cho S. R. A comparative study on damage assessment of tubular members subjected to mass impact // Marine Structures. 2016. V.46. P. 1–29.
- [23] Dou Y., Liu Y. Computational investigation of lateral impact behavior of pressurized pipelines and influence of internal pressure // Thin-Walled Structures. 2015. V. 95. P. 40–47.
- [24] Houliara S., Karamanos S.A. Stability of long transversely isotropic elastic cylindrical shells under bending // International Journal of Solids and Structures. 2010. V. 47. No 1. P. 10–24.
- [25] Arbocz J., Babcock Experimental investigation of the effect of general imperfections on the buckling of cylindrical shells. NASA CR - 1163. 1968.
- [26] Chong J., Gao F. Y., Li X. H. Dynamic buckling behaviors of steel cylindrical shell subjected to conventional explosion impact loading // Advanced Materials Research. 2013. V.800. P. 196–200.