

В. И. Одинокоев, Э. А. Дмитриев, Д. А. Потянихин, А. И. Евстигнеев, А. Е. Квашнин

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ НА ЛИТЕЙНО-КОВОЧНОМ МОДУЛЕ НОВОЙ МОДИФИКАЦИИ

Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

Аннотация. Рассматривается задача об определении полей температуры и параметров напряженно-деформированного состояния в металле при обработке в литейно-ковочном модуле. Принцип работы данного устройства совмещает в себе кристаллизацию расплава металла и последующее деформирование в заданный профиль за счет обеспечения подвижности стенок кристаллизатора. Построена математическая модель деформирования материала с учетом трения и теплоотвода на поверхностях контакта с оснасткой. Материал полагается термовязкопластичным, со свойствами, зависящими от температуры. Описан разностный численный метод решения задачи. В вычислительных экспериментах получены поля температуры, скоростей перемещений, напряжений и деформаций для производства полосы из алюминиевого сплава.

Ключевые слова: напряжения, деформации, термовязкопластичность, математическое моделирование, численный метод, разностная схема, литейно-ковочный модуль.

DOI: 10.37972/chgpu.2022.52.2.010

УДК: 004.942

© Одинокоев В. И., Дмитриев Э. А., Потянихин Д. А., Евстигнеев А. И., Квашнин А. Е., 2022
Одинокоев Валерий Иванович

e-mail: 79122718858@yandex.ru, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Дмитриев Эдуард Анатольевич

e-mail: rector@knastu.ru, доктор технических наук, доцент, ректор, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Потянихин Дмитрий Андреевич

e-mail: potyanikhin@mail.ru, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Авиастроение», Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Евстигнеев Алексей Иванович

e-mail: diss@knastu.ru, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Квашнин Александр Евгеньевич

e-mail: kvashnin_ae@mail.ru, аспирант, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Поступила 20.08.2022

Введение. Идея получения непрерывно-деформируемого металлоизделия из разливаемого жидкого металла была запатентована в 1995 г. [1]. Опытная установка была построена в Институте машиноведения и металлургии ДВО РАН. Проведены многочисленные экспериментальные и теоретические исследования данного процесса, на основании которых осуществлялась модернизация построенного устройства. В данной работе дано теоретическое обоснование новой конструкции литейно-ковочного модуля (ЛКМ) [2]. В отличие от прежней конструкции [1], в новой [2] деформация металла осуществляется не двумя наклонными бойками (рис. 1, а), а одним (рис. 1, б). Работа устройства [2] (рис.1, б) происходит следующим образом. Из разливочного ковша 1 с погружным стаканом 2 жидкий металл поступает в вертикальный кристаллизатор, включающий боковой боек 4 с наклонным и вертикальным участками, вертикальную боковую плиту 5, и пару рабочих стенок 6. Боковой боек 4 и рабочие стенки 6 приводятся в движение от приводных валов 3 с соответствующими эксцентриками e_1 , e_2 , при этом стенки 6 приводятся в движение только от нижнего вала 3 с эксцентриком e_2 .

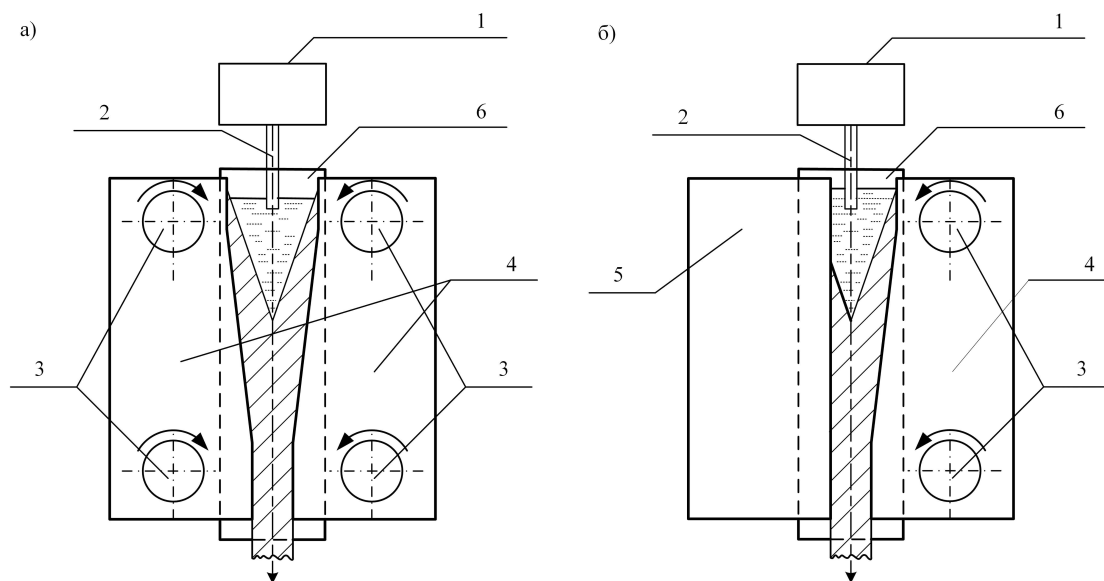


Рис. 1. Схема конструкций литейно-ковочного модуля

Эксцентрик привода боковых стенок 6 повернут относительно привода эксцентрика бойка 4 на 90° . Тогда при сближении бойка 4 с плитой 5 рабочие стенки 6 будут подниматься вверх, а при раздвижении бойка 4 с плитой 5 – опускаться вниз, осуществляя тем самым подачу затвердевшего металла к выходу из установки. Попадая в кристаллизатор, жидкий металл охлаждается, при этом в объеме кристаллизатора наблюдается три зоны: зона жидкого металла; зона жидкого металла с закристаллизовавшейся корочкой; зона твердого металла.

Кинематика деформирования металла в представленных конструкционных схемах значительно отличается. В первой схеме (рис. 1, а) закристаллизовавшийся металл подхватывается и симметрично обжимается с двух сторон боковыми бойками, движущимися по круговым траекториям навстречу друг другу. Во второй схеме (рис. 1, б)

правый боек деформирует закристаллизовавшийся металл, двигаясь по круговой траектории. При этом металл, деформируясь правым бойком, скользит по вертикальной плите. Скольжению препятствуют силы трения, создающие подпор движению, а значит, увеличивающие сдвиговые деформации. Это положительно влияет на структуру получаемой заготовки и способствует более интенсивному залечиванию имеющихся в литом металле пустот, раковин, трещин.

Математическая постановка задачи. Будем полагать деформируемый материал несжимаемым и изотропно упрочняющимся, массовыми и инерционными силами будем пренебрегать. Кроме того, будем пренебрегать теплотой, выделяющейся от деформации металла. Тогда решение задачи можно разбить на два этапа. На первом этапе решаются уравнения теплопроводности на временном шаге с учетом начальных и граничных условий. На втором этапе производится решение системы уравнений, описывающих напряженно-деформированного состояния в рассматриваемой области на временном шаге с учетом начальных и граничных условий, а также найденного температурного поля.

Расчетная схема деформации с учетом плоскости симметрии $x_3 = 0$ представлена на рис. 2. Цифрами обозначены: 1 – жидкий металл, 2 – твердый металл. Весь цикл поворота эксцентрикового вала разбивался на m шагов. Исследовался процесс деформации для угла поворота 180° . Величина одного шага $p_m = 180^\circ/m$.

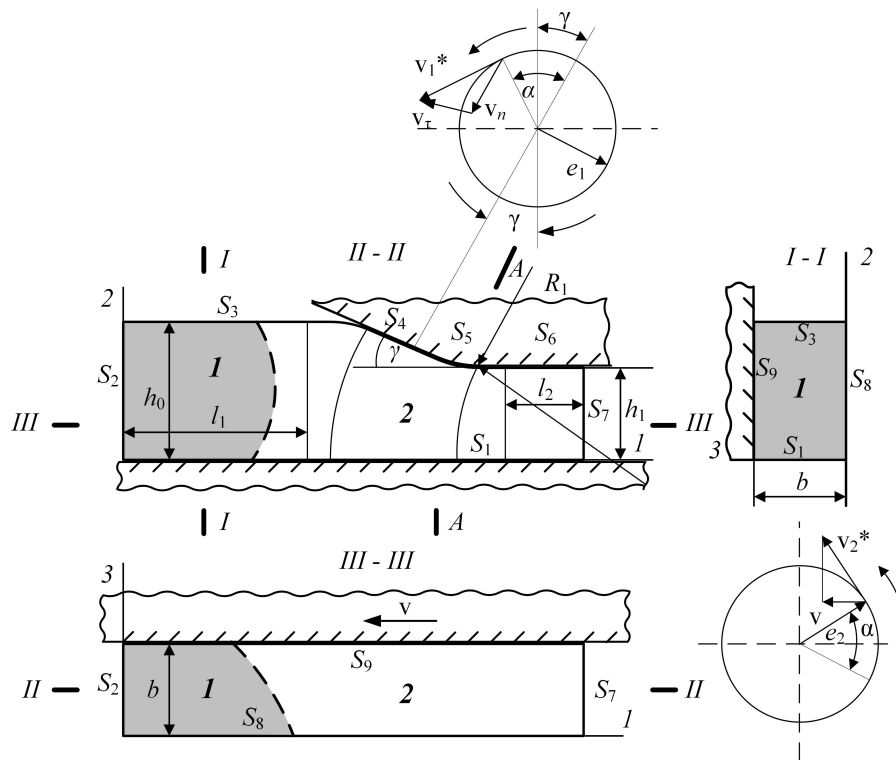


Рис. 2. Расчетная схема процесса деформирования с учетом симметрии в плоскости $x_3 = 0$

Этап 1. Уравнение теплопроводности в эйлеровой системе координат имеет вид

$$c\rho \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} \theta). \quad (1)$$

Здесь $\lambda = \lambda(\theta)$ – коэффициент теплопроводности, θ – температура, c – удельная теплоемкость; ρ – плотность. Начальные условия записывали следующим образом:

$$\text{при } \tau = 0 : \alpha_0 = 0^\circ, \theta = \theta_0, \quad (2)$$

где α_0 – угол поворота эксцентрикового вала при полном раскрытии бойков, θ_0 – начальная температура в исследуемой области. Граничные условия записывали из предположения, что границы исследуемой области описываются системой ортогональных поверхностей (рис. 2):

$$\theta|_{S_i} = \bar{\theta}_i \quad (i = 1, \dots, 7), \quad q|_{S_8} = 0. \quad (3)$$

$q|_{S_8}$ – тепловой поток через поверхность симметрии S_8 , $\bar{\theta}_i$ – заданное поле температур на поверхностях S_i .

Зоны твёрдого и жидкого металла определяются по температуре:

$$\text{при } \theta > \theta_{\text{кр}} \text{ – жидкий металл, при } \theta \leq \theta_{\text{кр}} \text{ – твердый металл}, \quad (4)$$

где $\theta_{\text{кр}}$ – температура кристаллизации металла.

Решение уравнения (1) с учетом начальных и граничных условий (2), (3), а также (4) осуществлялось численным методом и подробно описано в работе [3], в которой приводятся также результаты численных расчетов по временным шагам.

Использовались следующие исходные данные (рис. 2): $h_0 = 32$ мм, $h_1 = 8$ мм, $l_1 = 45$ мм, $l_2 = 60$ мм, $2b = 64$ мм, $\gamma = 8^\circ$, $R_1 = 50$ мм, $e_1 = 3$ мм, $e_2 = 10$ мм, $n = 100$ об/мин – частота оборотов приводных валов, $p_m = 30^\circ$.

Физические характеристики разливаемого металла (АД0): $\theta_{\text{кр}} = 680^\circ\text{C}$, $\lambda = 0,49 - 0,00046 \cdot \theta + 0,00026 \cdot \theta^2$ Вт/м, $c = 1000$ Дж/(кг · °C), $\rho = 2,7 \cdot 10^{-6}$ кг/мм³.

Для решения температурной задачи использовался программный комплекс «Одиссей» [4].

Этап 2. В соответствии с обозначенными выше допущениями, используя теорию течения, запишем в эйлеровой системе координат уравнения модели вязкопластического твердого тела:

$$\sigma_{ij,j} = 0; \quad (5)$$

$$\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2\lambda^* \xi_{ij}, \quad \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j, \\ 0 & \text{при } i \neq j; \end{cases} \quad (6)$$

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}), \quad \lambda^* = \frac{T}{H}, \quad T = T(H, \bar{\varepsilon}, \theta), \quad H = (2\xi_{ij}\xi_{ij})^{1/2}, \quad \xi_{ii} = 0. \quad (7)$$

Индексы i и j принимают значения 1, 2, 3. По повторяющимся индексам производится суммирование. Здесь σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; ξ_{ij} – компоненты тензора скоростей пластических деформаций; v_i – проекции скоростей перемещений на координатные оси x_i . Интенсивность касательных напряжений $T = T(H, \bar{\varepsilon}, \theta)$ определялась по аппроксимации экспериментальных данных для материала металлоизделия.

В области, где металл находится в жидком состоянии, выполняются уравнения (5) и (7), а вместо уравнений (6) используются соотношения

$$\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2\mu \xi_{ij}, \quad \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j, \\ 0 & \text{при } i \neq j. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь μ – коэффициент вязкости.

Начальные и граничные условия. Начальные условия записывали следующим образом:

$$\text{при } \tau = 0 : \alpha_0 = 0^\circ, \bar{\varepsilon}_0 = 0, \quad (9)$$

где α_0 – начальный угол поворота эксцентрикового вала, $\bar{\varepsilon}_0$ – начальная деформация металла.

Граничные условия записывали из предположения, что границы исследуемой области описывается системой ортогональных поверхностей (рис. 2):

$$\begin{aligned} \sigma_{11}|_{S_i} = \sigma_{12}|_{S_i} = \sigma_{13}|_{S_i} = 0 \quad (i = 2, 7); \quad \sigma_{22}|_{S_2} = \sigma_{23}|_{S_2} = 0; \\ \sigma_{23}|_{S_i} = 0 \quad (i = 1, 4, 5, 6); \quad \sigma_{21}|_{S_i} = -\psi_i \tau_s \frac{(v_{\text{ск}})_i}{v} \cos(n, x_2) \quad (i = 1, 4, 5, 6); \\ \sigma_{31}|_{S_8} = \sigma_{32}|_{S_8} = 0; \quad \sigma_{31}|_{S_9} = -\psi_9 \tau_s \frac{(v_{\text{ск}})_9}{v}; \\ v_2|_{S_1} = 0; \quad v_2|_{S_i} = -(v_n)_i \quad (i = 4, 5, 6); \quad v_3|_{S_i} = 0 \quad (i = 8, 9). \end{aligned} \quad (10)$$

В соотношениях (10) τ_s – предел текучести материала при сдвиге; v – нормирующая скорость; $(v_{\text{ск}})_i = (v_{\text{м}} - v_{\text{н}})_i$ – скорость скольжения металла относительно инструмента деформации на i -й поверхности контакта; $v_{\text{м}}$ – скорость движения металла, $v_{\text{н}}$ – скорость движения инструмента; $(v_n)_i$ – скорость перемещения инструмента по нормали на i -й поверхности контакта; ψ_i – коэффициенты трения на поверхностях S_i .

Решение уравнений (5)–(8) при наличии начальных и граничных условий (9), (10) осуществляется численным методом [5], согласно которому рассматриваемая область разбивается семействами ортогональных поверхностей на элементы конечных размеров, по каждому элементу записываются в разностной форме уравнения (5)–(8), которые решаются по алгоритму, разработанному в работах [5, 6]. Результатом решения являются поля скоростей перемещений, напряжений, деформаций на каждом временном шаге.

Для произвольного элемента ортогональной формы (рис. 3, а) уравнения (5) в разностном представлении будут иметь вид:

$$\begin{aligned} S_{ik} \Delta S_{ij} (\sigma_{ii} - \sigma_{jj}) + S_{ij} \Delta S_{ik} (\sigma_{ii} - \sigma_{kk}) + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ii} S_{ij} S_{ik} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ik} S_{ki} S_{kj} + \\ + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij} S_{ji} S_{jk} + (S_{ji} \Delta S_{jk} + 2S_{jk} \Delta S_{ji}) \sigma_{ij} + (S_{ik} \Delta S_{kj} + 2S_{kj} \Delta S_{ki}) \sigma_{ik} = 0 \quad (11) \\ (i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k). \end{aligned}$$

Здесь

$$\sigma_{ij} = 0,5(\sigma_{ij}^1 + \sigma_{ij}^2), \Delta \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^2 - \sigma_{ij}^1, S_{ij} = S_{ij}^1 + S_{ij}^2, \Delta S_{ij} = S_{ij}^2 - S_{ij}^1.$$

Для ξ_{ii} (3, а)

$$\begin{aligned} \xi_{ii} = \frac{2\Delta v_i}{S_{ji}} + \frac{2v_j}{S_{ji}} \cdot \frac{\Delta S_{ji}}{S_{ij}} + \frac{2v_k}{S_{ik}} \cdot \frac{\Delta S_{ki}}{S_{ik}}, v_i = v_i^1 + v_i^2, \Delta v_i = v_i^2 - v_i^1 \\ (i, j, k = 1, 2, 3; i \neq k). \end{aligned} \quad (12)$$

Для $\xi_{ij}, i \neq j$ (3, б) для узла (0)

$$\xi_{ij}^0 = \frac{2\Delta\bar{v}_j}{S_i} - \frac{1}{2}\bar{v}_j \frac{S_j^+ - S_j^-}{S_i S_j} + \frac{2\Delta\bar{v}_i}{S_j} - \frac{1}{2}\bar{v}_i \frac{S_i^+ - S_i^-}{S_i S_j}. \quad (13)$$

В частности, на поверхности (α_1, α_2)

$$\xi_{12}^0 = \frac{2\Delta\bar{v}_2}{S_1} - \frac{1}{2}\bar{v}_2 \frac{S_2^+ - S_2^-}{S_1 S_2} + \frac{2\Delta\bar{v}_1}{S_2} - \frac{1}{2}\bar{v}_1 \frac{S_1^+ - S_1^-}{S_1 S_2}, \quad (14)$$

где

$$S_i = S_i^1 + S_i^2, S_i^+ = S_i^{1+} + S_i^{2+}, S_i^- = S_i^{1-} + S_i^{2-}, \Delta\bar{v}_i = \bar{v}_i^2 - \bar{v}_i^1.$$

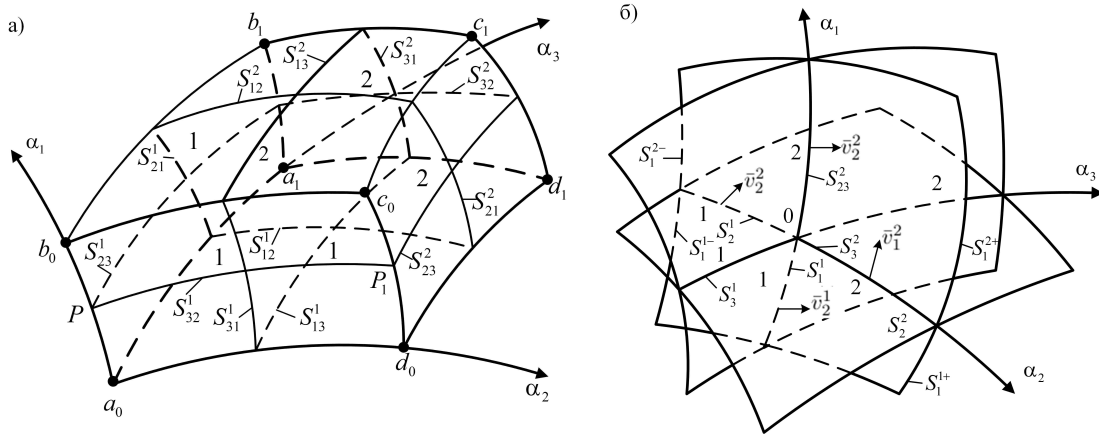


Рис. 3. Схема ортогонального расчетного элемента

Методика решения уравнений (10) в разностном представлении (11)–(14) подробно изложена в работах [5, 6], там же приведены расчетные схемы и алгоритмы решения при соответствующих граничных условиях. В рассматриваемой задаче решение осуществлялось по указанной методике с учетом начальных и граничных условий (9), (10).

Как отмечено выше, теоретические исследования в работе [3] проводилось для сплава алюминия АД0. По результатам опытов при одноосном сжатии образцов [7] была получена аппроксимирующая формула

$$\sigma_s = a_0 E^{a_1} \xi^{a_2} \theta^{a_3}, \quad (15)$$

где σ_s – сопротивление деформации; E – степень деформации; ξ – скорость деформации; θ – температура деформации; a_0, a_1, a_2, a_3 – параметры. С использованием формул [8]

$$T = \sigma_s / \sqrt{3}, \Gamma = E \cdot \sqrt{3}, H = \xi \cdot \sqrt{3}, \quad (16)$$

можно переписать (15) в инвариантной форме

$$T = a_0 \Gamma^{a_1} H^{a_2} \theta^{a_3}, \quad (17)$$

где T – интенсивность касательных напряжений (кг/мм²), Γ – интенсивность деформаций сдвига, H – интенсивность скоростей деформаций сдвига. Методом наименьших

квадратов были получены коэффициенты:

$$a_0 = 11,01; a_1 = 0,04; a_2 = 0,23; a_3 = -0,1 \text{ при } \theta \leq 240^\circ\text{C};$$

$$a_0 = 278007; a_1 = 0,14; a_2 = 0,14; a_3 = -1,97 \text{ при } \theta > 240^\circ\text{C}.$$

Результаты решения задачи. Некоторые результаты решения при $\alpha = 90^\circ$ (шаг 3) приведены на рис. 4, 5. Для более полной картины на рис. 4, а показано поле температур из работы [3]. Также изображены эпюры скорости v_1 (рис. 4, б); напряжений σ_{11}, σ_{22} (рис. 4, в) σ_{33} (рис. 4, г), σ_{21} (рис. 4, д); степени деформации $E\%$ (рис. 4, е). По рис. 4, б видно, что закристаллизовавшийся металл в основном выжимается бойком в обратном по отношению выхода направлении, лишь вблизи калибрующего участка и на самом участке металл течет в сторону выхода. Рис. 4, в, г показывают, что внутри очага деформации реализуется всестороннее сжатие деформируемого металла, что способствует активному залечиванию имеющихся раковин или пустот. Наблюдается значительные сдвиговые напряжения по всему объему деформируемой области (рис. 4, д) и деформации $E\%$, достигающие 23% на выходе из устройства (рис. 4, е).

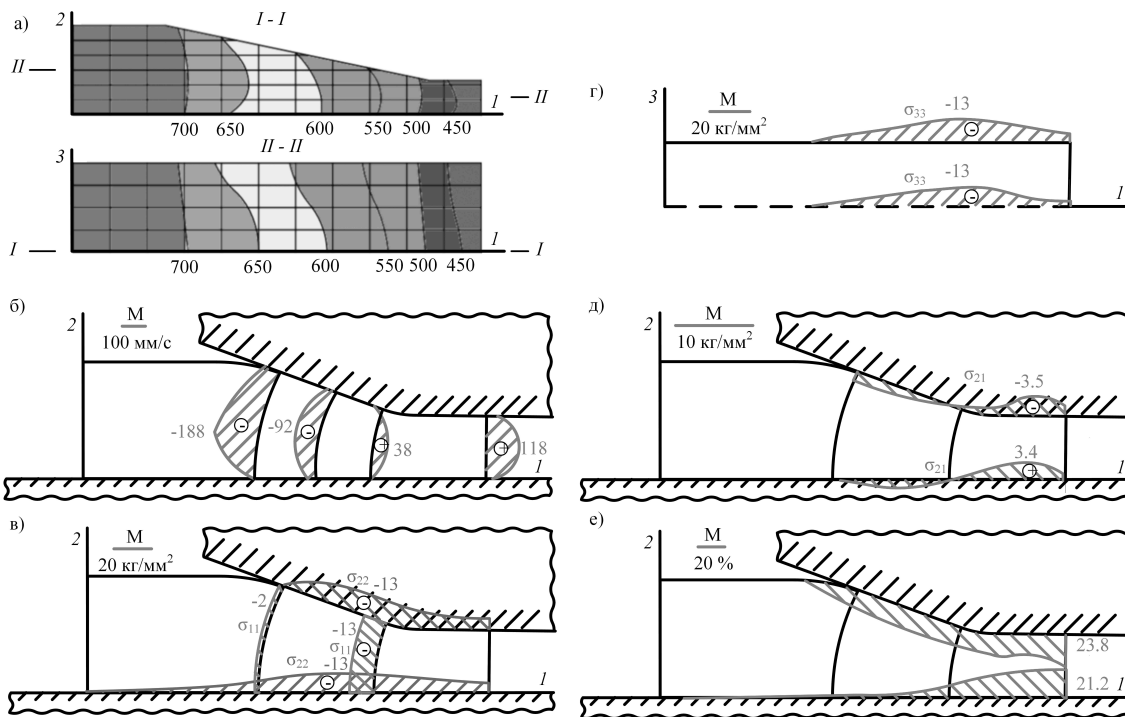


Рис. 4. Распределения полей температуры (а), скоростей (б), напряжений (в, г, д) и деформаций (е) при угле поворота приводного вала $\alpha = 90^\circ$

На рис. 5 приведены колебания $\Delta\sigma/\Delta x_1$ (рис. 5, а) и $\Delta\sigma/\Delta x_2$ (рис. 5, б) по сечениям: $I-I$ – сечение в плоскости x_1x_3 вблизи неподвижной стенки; $II-II$ – сечение в плоскости x_1x_3 по середине области деформирования; сечение $III-III$ – у поверхности подвижного бойка. Результаты приведены для угла поворота $\alpha = 120^\circ$.

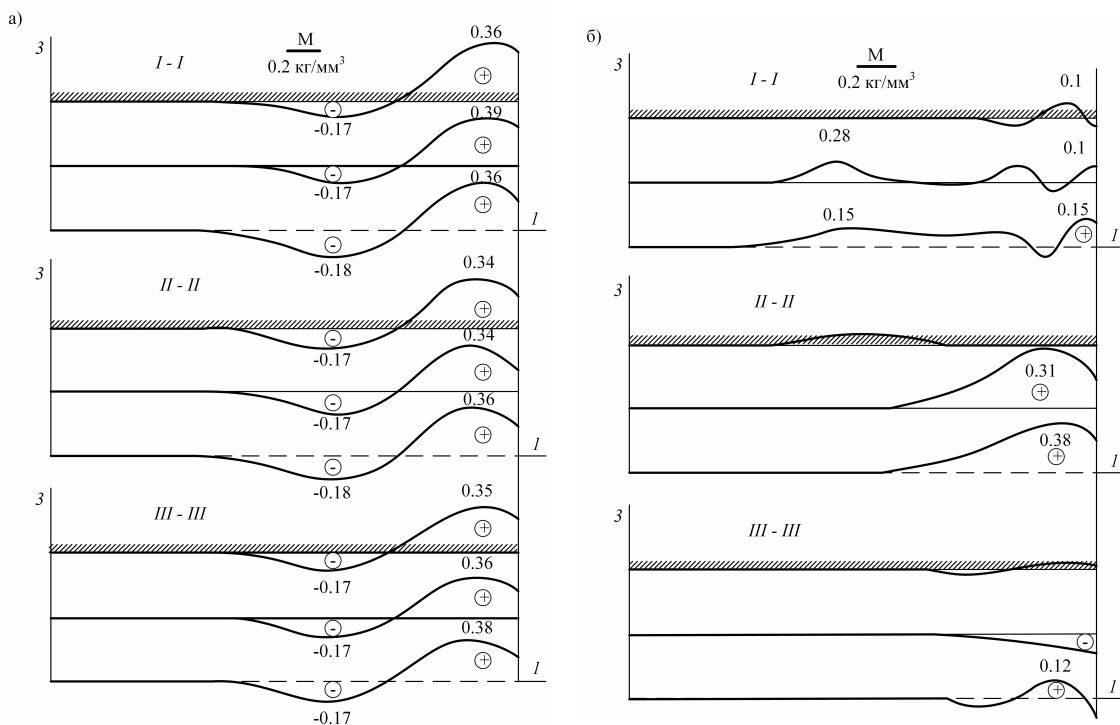


Рис. 5. Колебания градиентов $\Delta\sigma/\Delta x_1$ (а) и $\Delta\sigma/\Delta x_2$ (б) в характерных сечениях

Как следует из рис. 4, в, г, по всему объему рассматриваемой области идет синхронное увеличение (по модулю) сжимающих напряжений вплоть до участка перехода наклонной зоны на подвижном бойке в калибрующую зону.

Наглядно это видно по градиенту $\Delta\sigma/\Delta x_1$ (рис. 5, а). Колебание напряжения σ в направлении x_2 по сечению $x_2 = \text{const}$ показано на рис. 5, б. Это колебание очень незначительно, что соответствует результату о равенстве напряжения σ . Небольшим исключением является калибрующая зона в средней части (сечение II-II). Градиент $\Delta\sigma/\Delta x_2$ практически равен нулю по всей области кроме отдельных точек, где его значения не превышает $0,1 \text{ кг/мм}^2$, то есть значения σ по сечениям $x_1 = \text{const}$ отличается незначительно.

Выводы

1. Разработана математическая модель сложного технологического процесса получения непрерывных металлоизделий на литейно-ковочном модуле новой модификации.
2. Осуществлено теоретическое моделирование получения непрерывной полосы из алюминиевого сплава АД0.
3. Дан краткий анализ полученных результатов, показывающий эффективность нового предложенного технологического процесса.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Одинок В. И. Устройство для непрерывного литья заготовок. Патент РФ № 2041011. Опубл. 09.08.1995.

- [2] В. И. Одинокоев А. И. Евстигнеев Э. А. Дмитриев Д. А. Потянихин А. Ю. Лошманов А. Е. Квашнин. Устройство для получения непрерывнолитых заготовок. Патент РФ № 2769679. Оpubл. 05.04.2022.
- [3] Э. А. Дмитриев Д. А. Потянихин В. И. Одинокоев А. И. Евстигнеев А. Е. Квашнин. Моделирование поля температур при получении металлоизделий на литейно-ковочном модуле новой модификации // Математическое моделирование и численные методы. 2022. № 2. С. 1–10.
- [4] В. И. Одинокоев А. Н. Прокудин А. М. Сергеева Г. М. Севастьянов. Программа для ЭВМ «Одиссей». Свидетельство о гос. регистрации № 2012661389. Оpubл. 13.12.2012.
- [5] В. И. Одинокоев Б. Г. Каплунов А. В. Песков А. В. Баков. Математическое моделирование сложных технологических процессов. Москва: Наука, 2008. 176 с.
- [6] В. И. Одинокоев Н. С. Ловизин С. Ю. Скляр. Моделирование процесса деформации металла на литейно-ковочном модуле // Математическое моделирование. 2010. № 10. С. 19–145.
- [7] Кроха В. А. Упрочнение металлов при холодной пластической деформации. Справочник. Москва: Машиностроение, 1980. 160 с.
- [8] Качанов Л. М. Основы теории пластичности. Москва: Наука, 1969. 420 с.

V. I. Odinokov, E. A. Dmitriev, D. A. Potianikhin, A. I. Evstigneev, A. E. Kvashnin

THEORETICAL MODELING OF METAL DEFORMATION PROCESSES ON A CASTING AND FORGING MODULE OF A NEW MODIFICATION

Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia

Abstract. The problem of determining the temperature fields and parameters of the stress-strain state in metal during processing in a casting and forging module is considered. The principle of operation of this device combines the crystallization of the metal melt and subsequent deformation into a given profile by ensuring the mobility of the walls of the mold. A mathematical model of material deformation is constructed taking into account friction and heat dissipation on the contact surfaces with the tooling. The material is supposed to be thermo-visco-plastic, with temperature-dependent properties. A difference numerical method for solving the problem is described. In computational experiments, fields of temperature, displacement velocities, stresses and deformations were obtained for the production of a strip of aluminum alloy AD0.

Keywords: stresses, deformations, thermoviscoplasticity, mathematical modeling, numerical method, difference scheme, casting and forging module.

Odinokov Valery Ivanovich

Dr. Sci. Tech., Professor, Leading Research Worker, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

Dmitriev Eduard Anatolievich

Dr. Sci. Tech., Associate Professor, Rector, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

Potianikhin Dmitrii Andreevich

Dr. Sci. Phys. & Math., Associate Professor of Aircraft Construction Department, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

Evstigneev Alexey Ivanovich

Dr. Sci. Tech., Professor, Leading Research Worker, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

Kvashnin Alexander Evgenievich

Postgraduate student, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

REFERENCES

- [1] Odinokov V. I. Device for continuous casting of workpieces. RU Patent no. 2041011. Publ. 09.08.1995. (in Russian).
- [2] V. I. Odinokov A. I. Evstigneev E. A. D. D. A. P. A. Y. L. A. E. K. Device for production of continuously cast deformed billets. RU Patent no. 2769679. Publ. 05.04.2022. (in Russian).
- [3] E. A. Dmitriev D. A. Potianikhin V. I. O. A. I. E. A. E. K. Modelling of the temperature field in the production of metal products on a casting and forging module of a new modification // Mathematical Modelling and Computational Methods. 2022. no. 2. P. 1–10. (in Russian).
- [4] V. I. Odinokov A. N. Prokudin A. M. S. G. M. S. Computer program «Odissey». Certificate of ofic. registration no. 2012661389. Publ. 13.12.2012. (in Russian).
- [5] V. I. Odinokov B. G. Kaplunov A. V. P. A. V. B. Mathematical modelling of complex technological processes. Moscow: Nauka, 2008. 176 p. (in Russian).
- [6] V. I. Odinokov N. S. Lovizin S. Y. S. Simulation of of the deformation of a metal in the casting-forging module // Mathematical Models and Computer Simulations. 2010. no. 10. P. 19–145. (in Russian).
- [7] Kroha V. A. Hardening of metals in cold plastic deformations. Handbook. Moscow: Mashinostroenie, 1980. 160 p. (in Russian).
- [8] Kachanov L. M. Fundamentals of the theory of plasticity. Moscow: Nauka, 1969. 420 p. (in Russian).