Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2022. № 4 (54). С. 108–115

Е. В. Мурашкин, Ю. Н. Радаев

ПРИВЕДЕНИЕ ЕСТЕСТВЕННЫХ ФОРМ ГЕМИТРОПНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ К КОНВЕНЦИОНАЛЬНЫМ

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия

Аннотация. В работе рассматривается проблема приведения естественных энергетических форм потенциалов напряжений (силовых и моментных) к конвенциональному виду. Приводятся несколько энергетических форм для гемитропной упругой среды в терминах асимметричных тензоров напряжений и деформаций. Указанные энергетические формы полагаются абсолютно инвариантными по отношению к произвольным преобразованиям трехмерного Евклидова пространства (в том числе, при зеркальных отражениях). В результате применения специальных координатных представлений полуизотропных (гемитропных) тензоров четвертого ранга получены 9 определяющих скаляров, характеризующих гемитропную упругую среду. Получены соотношения, связывающие определяющие скаляры конвенциональной и второй основной естественной энергетических форм, в том числе, с общепринятыми гемитропными скалярами: модулем сдвига, коэффициентом Пуассона, характерной микродлиной, и шестью безразмерными скалярами.

Ключевые слова: псевдотензор, фундаментальный ориентирующий псевдоскаляр, квадратичная энергетическая форма, потенциал напряжений, определяющий псевдотензор, характерная микродлина, хиральная среда, микрополярный гемитропный континуум

DOI: 10.37972/chgpu.2022.54.4.009

УДК: 539.374

Мурашкин Евгений Валерьевич
`e-mail:` murashkin@ipmnet.ru, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия.
Радаев Юрий Николаевич
`e-mail:` y.radayev@gmail.com, radayev@ipmnet.ru, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия.

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации АААА-А20-120011690132-4) и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проекты № 20-01-00666.

Поступила 20.09.2022

1. Введение. Современный этап развития механики деформируемого твердого тела характеризуется широким применением моделой гемитропных сред при описании механического поведения материалов со сложной микроструктурой. Прежде всего, это касается моделирования биологических тканей и современных метаматериалов. Указанные материалы проявляют полуизотропные (гемитропные, демитропные) свойства, т.е. определяющие тензоры обязаны быть чувствительными к зеркальным отражениям трехмерного пространства.

Модели механики линейного упругого поведения гемитропных сред основываются на энергетических квадратичных формах микрополярных упругих потенциалов [1–5]. Предполагается, что упругий потенциал является абсолютным инвариантом по отношению к произвольным преобразованиям пространства, в том числе, к зеркальным отражениям. Анизотропный микрополярный упругий потенциал характеризуется тремя определяющими тензорами четвертого ранга.

Линейное анизотропное микрополярное тело можно редуцировать к гемитропному с помощью специальных координатных представлений для полуизотропных тензоров четвертого ранга и, тем самым, сократить количество определяющих скаляров до девяти. При конвенциональном подходе, такими скалярами выступают: модуль сдвига, коэффициент Пуассона, характерная микродлина, и 6 безразмерных скаляров.

Наиболее распространненной энергетической формой потенциала асимметричных тензоров силовых и моментных напряжений является потенциал предложенный в работах [1–3]. Альтернативные подходы к формулировке потенциала напряжений можно найти в работах [4–8]. В настоящей работе проводится сравнение конвенциональной и второй основных естественных энергетических форм и получены соотношения, связывающие определяющие скаляры, в том числе, с конвенционально используемыми гемитропными скалярами.

В работе [5] обсуждались вопросы формулировок энергетических форм упругих микрополярных потенциалов в терминах псевдотензоров, играющих решающую роль при моделировании гемитропных сред. Было проведено сравнение и получены соотношения, связывающие определяющие скаляры и псевдоскаляры первой и второй естественных энергетических форм, в том числе, с конвенциональными гемитропными псевдоскалярами. Настоящее исследование посвящено сравнению конвенциональной и второй основной энергетических форм. И, в этом смысле, настоящую работу следует рассматривать как продолжение публикации [5].

2. Вторая основная энергетическая форма гемитропной упругой среды. Введем в рассмотрение микрополярный упругий потенциал напряжений $\mathscr{U}$, в расчете на единицу инвариантного элемента объема $d\tau$ [9, 10], с естественными асимметричными тензорными аргументами (не разделяя пока на симметричную и антисимметричную конституэнты)

$$\mathscr{U} = \mathscr{U}(\epsilon_{ij}, \kappa_{i\cdot}^{\cdot s}), \tag{1}$$

где ϵ_{ij} — асимметричный тензор деформации; $\kappa_{i\cdot}^{\cdot s}$ — тензор изгиба–кручения.

Следствием потенциальности связей деформаций и напряжений будут определяющие уравнения:

$$t^{ij} = \frac{\partial \mathscr{U}}{\partial \epsilon_{ij}}, \qquad \mu_{\cdot k}^{i\cdot} = \frac{\partial \mathscr{U}}{\partial \kappa_{i\cdot}^{\cdot k}}. \tag{2}$$

В работе [5] были рассмотрены первая и вторая основные энергетические формы потенциала силовых и моментных напряжений. Для линейного анизотропного микрополярного упругого тела вторая основная энергетическая форма в произвольной системе координат записывается в виде:

$$2\mathscr{U} = \underset{1}{H}^{islm}\epsilon_{is}\epsilon_{lm} + \underset{2}{H}^{islm}\kappa_{is}\kappa_{lm} + \underset{3}{H}^{islm}\epsilon_{is}\kappa_{lm}. \tag{3}$$

Воспользовавшись определяющими соотношениями (2), получим

$$\begin{aligned} t^{is} &= \underset{1}{H}^{islm}\epsilon_{lm} + \frac{1}{2}\underset{3}{H}^{isl\cdot}_{\cdots m}\kappa_{l\cdot}^{\cdot m}, \\ \mu_{\cdot s}^{i\cdot} &= \underset{2}{H}^{i\cdot l\cdot}_{\cdot s\cdot m}\kappa_{l\cdot}^{\cdot m} + \frac{1}{2}\underset{3}{H}^{lmi\cdot}_{\cdots s}\epsilon_{lm}. \end{aligned} \tag{4}$$

Для определяющих тензоров, предполагая их полуизотропными, координатные представления [11–13] получаются в форме

$$\begin{aligned} \underset{1}{H}^{islm} &= \underset{1}{a}g^{is}g^{lm} + \underset{1}{b}g^{il}g^{sm} + \underset{1}{c}g^{im}g^{sl}, \\ \underset{2}{H}^{islm} &= \underset{2}{a}g^{is}g^{lm} + \underset{2}{b}g^{il}g^{sm} + \underset{2}{c}g^{im}g^{sl}, \\ \underset{3}{H}^{islm} &= \underset{3}{a}g^{is}g^{lm} + \underset{3}{b}g^{il}g^{sm} + \underset{3}{c}g^{im}g^{sl}. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $\underset{\mathfrak{a}}{a}$, $\underset{\mathfrak{a}}{b}$, $\underset{\mathfrak{a}}{c}$, ($\mathfrak{a} = 1, 2, 3; g = 0, -1, -2$) — девять определяющих скаляров гемитропного микрополярного упругого тела. “Метаиндекс” $\mathfrak{a}$ — нумерует определяющие скаляры.

Подставив координатные представления (5) в определяющие соотношения (2), получим

$$\begin{cases} t^{is} = (\underset{1}{a}g^{is}g^{lm} + \underset{1}{b}g^{il}g^{sm} + \underset{1}{c}g^{im}g^{sl})\epsilon_{lm} + \\ \qquad + \dfrac{1}{2}(\underset{3}{a}g^{is}g^{lm} + \underset{3}{b}g^{il}g^{sm} + \underset{3}{c}g^{im}g^{sl})\kappa_{lm}, \\ \mu^{is} = (\underset{2}{a}g^{is}g^{lm} + \underset{2}{b}g^{il}g^{sm} + \underset{2}{c}g^{im}g^{sl})\kappa_{lm} + \\ \qquad + \dfrac{1}{2}(\underset{3}{a}g^{is}g^{lm} + \underset{3}{b}g^{il}g^{sm} + \underset{3}{c}g^{im}g^{sl})\epsilon_{lm}. \end{cases} \tag{6}$$

Расщепляя асимметричные тензоры напряжений и деформаций в виде суммы симметричной и антисимметричной составляющих, имеем

$$\begin{aligned} t^{is} &= t^{(is)} + t^{[is]}, \qquad & \mu_{is} &= \mu_{(is)} + \mu_{[is]}, \\ \epsilon_{is} &= \epsilon_{(is)} + \epsilon_{[is]}, \qquad & \kappa_{is} &= \kappa_{(is)} + \kappa_{[is]}. \end{aligned} \tag{7}$$

Учитывая соотношения (6) и (7), приходим к выражениям

$$\begin{cases} t^{(is)} = \underset{1}{a}g^{is}g^{lm}\epsilon_{(lm)} + (\underset{1}{b} + \underset{1}{c})\epsilon^{(is)} + \dfrac{1}{2}\underset{3}{a}g^{is}g^{lm}\kappa_{(lm)} + \dfrac{1}{2}(\underset{3}{b} + \underset{3}{c})\kappa^{(is)}, \\ \mu_{(is)} = \underset{2}{a}g_{is}g^{lm}\kappa_{(lm)} + (\underset{2}{b} + \underset{2}{c})\kappa_{(is)} + \dfrac{1}{2}\underset{3}{a}g_{is}g^{lm}\epsilon_{(lm)} + \dfrac{1}{2}(\underset{3}{b} + \underset{3}{c})\epsilon_{(is)}, \\ t^{[is]} = (\underset{1}{b} - \underset{1}{c})\epsilon^{[is]} + \dfrac{1}{2}(\underset{3}{b} - \underset{3}{c})\kappa^{[is]}, \\ \mu_{[is]} = (\underset{2}{b} - \underset{2}{c})\kappa_{[is]} + \dfrac{1}{2}(\underset{3}{b} - \underset{3}{c})\epsilon_{[is]}. \end{cases} \tag{8}$$

3. Конвенциональная энергетическая форма гемитропной упругой среды. Конвенциональной энергетической формой гемитропной упругой среды будем считать упругий потенциал линейного анизотропного микрополярного тела, предложенный в работах [1–3]. В произвольной системе координат, в терминах абсолютных тензоров конвенциональная энергетическая форма представляется в виде:

$$\mathscr{U} = \frac{1}{2}a^{islm}\epsilon_{is}\epsilon_{lm} + \frac{1}{2}c^{islm}\kappa_{is}\kappa_{lm} + b^{islm}\epsilon_{is}\kappa_{lm}. \tag{9}$$

Обратим внимание, что в (9) множитель $\frac{1}{2}$ отсутствует в последнем слагаемом. Воспользовавшись определяющими соотношениями (2), получим

$$\begin{aligned} t^{is} &= a^{islm}\epsilon_{lm} + b^{islm}\kappa_{lm}\,, \\ \mu^{is} &= c^{islm}\kappa_{lm} + b^{islm}\epsilon_{lm}\,. \end{aligned} \tag{10}$$

Координатные представления для определяющих полуизотропных тензоров получаются в форме [11][1]

$$\begin{aligned} a^{islm} &= \lambda g^{is}g^{lm} + (\mu+\alpha)g^{il}g^{sm} + (\mu-\alpha)g^{im}g^{sl}\,, \\ b^{islm} &= \varkappa g^{is}g^{lm} + (\chi+\nu)g^{il}g^{sm} + (\chi-\nu)g^{im}g^{sl}\,. \\ c^{islm} &= \beta g^{is}g^{lm} + (\gamma+\varepsilon)g^{il}g^{sm} + (\gamma-\varepsilon)g^{im}g^{sl}\,, \end{aligned} \tag{11}$$

Поставляя координатные представления (11) в определяющие уравнения (10), приходим к

$$\begin{aligned} t^{is} = {} & \Big(\lambda g^{is}g^{lm} + (\mu+\alpha)g^{il}g^{sm} + (\mu-\alpha)g^{im}g^{sl}\Big)\epsilon_{lm} + \\ & + \Big(\varkappa g^{is}g^{lm} + (\chi+\nu)g^{il}g^{sm} + (\chi-\nu)g^{im}g^{sl}\Big)\kappa_{lm}\,, \\ \mu^{is} = {} & \Big(\beta g^{is}g^{lm} + (\gamma+\varepsilon)g^{il}g^{sm} + (\gamma-\varepsilon)g^{im}g^{sl}\Big)\kappa_{lm} + \\ & + \Big(\varkappa g^{is}g^{lm} + (\chi+\nu)g^{il}g^{sm} + (\chi-\nu)g^{im}g^{sl}\Big)\epsilon_{lm}\,. \end{aligned} \tag{12}$$

Выделим в (12) симметричные и антисимметричные конституэнты

$$\begin{aligned} t^{is} &= \lambda g^{is}g^{lm}\epsilon_{lm} + 2\mu\epsilon^{(is)} + 2\alpha\epsilon^{[is]} + \varkappa g^{is}g^{lm}\kappa_{lm} + 2\chi\kappa^{(is)} + 2\nu\kappa^{[is]}\,, \\ \mu^{is} &= \beta g^{is}g^{lm}\kappa_{lm} + 2\gamma\kappa^{(is)} + 2\varepsilon\kappa^{[is]} + \varkappa g^{is}g^{lm}\epsilon_{lm} + 2\chi\epsilon^{(is)} + 2\nu\epsilon^{[is]}\,. \end{aligned} \tag{13}$$

4. Взаимосвязь определяющих скаляров конвенциональной и второй основной энергетических форм. Сравнивая энергетические формы микрополярных упругих потенциалов (3) и (9), можно сразу же заключить:

$$\begin{aligned} \underset{1}{H}^{islm} &= a^{islm}\,, \\ \underset{2}{H}^{islm} &= c^{islm}\,, \\ \underset{3}{H}^{islm} &= 2\underset{3}{b}^{islm}\,. \end{aligned} \tag{14}$$

---

[1]Отметим, что введенная в работе [2] постоянная ν не совпадает с коэффициентом Пуассона. На страницах монографии (см., например, [2, p. 355]) автор неоднократно использует обозначение ν для различных термомеханических постоянных.

Откуда, при учете (5) и (11), получаем

$$
\begin{aligned}
&\underset{1}{a} = \lambda, &&\underset{1}{b} = \mu + \alpha, &&\underset{1}{c} = \mu - \alpha,\\
&\underset{2}{a} = \beta, &&\underset{2}{b} = \gamma + \varepsilon, &&\underset{2}{c} = \gamma - \varepsilon,\\
&\underset{3}{a} = 2\varkappa, &&\underset{3}{b} = 2(\chi + \nu), &&\underset{3}{c} = 2(\chi - \nu).
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Определяющие скаляры, участвующие в записи различных энергетических форм потенциалов напряжений гемитропного упругого тела [2, 4, 5], сведены в таблицу.

5. Заключение. В данной работе, с целью установления формул, связывающих различные наборы определяющих постоянных, проведено сравнение конвенциональной и второй основной энергетических форм упругих потенциалов гемитропных сред.

(1) В основе развиваемого в статье подхода лежит принцип инвариантности энергии, по отношению к любым преобразованиям трехмерного Евклидова пространства (в том числе, при зеркальных отражениях).

(2) Получены определяющие уравнения для гемитропной упругой среды в терминах абсолютных асимметричных тензоров напряжений и деформаций.

(3) В результате применения специальных координатных представлений абсолютных полуизотропных (гемитропных) тензоров четвертого ранга определены 9 определяющих постоянных, характеризующих гемитропную упругую среду.

(4) Выполнено сравнение и получены соотношения, связывающие определяющие скаляры конвенциональной и второй естественных энергетических форм, в том числе, с конвенционально используемыми гемитропными скалярами: модулем сдвига, коэффициентом Пуассона, характерной микродлиной, и 6 безразмерными постоянными.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Nowacki W. Theory of micropolar elasticity. Berlin: Springer, 1972. 286 p.

[2] Nowacki W. Theory of asymmetric elasticity. Oxford: Pergamon Press, 1986. 383 p.

[3] Dyszlewicz J. Hemitropic medium // Micropolar Theory of Elasticity. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004. P. 281–332. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-540-45286-7_5.

[4] Радаев Ю. Н. Правило множителей в ковариантных формулировках микрополярных теорий механики континуума // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физико-математические науки. 2018. Т. 22, № 3. С. 504–517.

[5] Мурашкин Е.В., Радаев Ю. Н. О двух основных естественных формах потенциалов асимметричных тензоров напряжений в механике гемитропных сред // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия механика предельного состояния. 2022. № 3(53). С. 118–127.

[6] Neuber H. Über Probleme der Spannungskonzentration im Cosserat-Körper // Acta Mechanica. 1966. Vol. 2, no. 1. P. 48–69.

[7] Neuber H. On the general solution of linear-elastic problems in isotropic and anisotropic Cosserat continua // Applied Mechanics. 1966. P. 153–158.

[8] Neuber H. On the Effect of Stress Concentration in Cosserat Continua // Mechanics of Generalized Continua. 1968. P. 109–113.

[9] Мурашкин Е.В., Радаев Ю. Н. О согласовании ориентаций тензорных элементов площади в микрополярном континууме, погружаемом во внешнее плоское пространство // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физико-математические науки. 2021. Т. 25, № 4. С. 776–786.

Таблица 1. Гемитропные определяющие скаляры

Скаляры первой основной энергетической формы	Скаляры конвенциональной энергетической формы	Скаляры второй основной энергетической формы	Материальные скаляры
$\underset{1}{A}$	$\frac{1}{2}\lambda$	$\frac{1}{2}\underset{1}{a}$	$G\nu(1-2\nu)^{-1}$
$\underset{2}{A}$	$\frac{1}{2}\beta$	$\frac{1}{2}\underset{2}{a}$	GL^2c_3
$\underset{3}{A}$	μ	$\frac{1}{2}(\underset{1}{b}+\underset{1}{c})$	G
$\underset{4}{A}$	γ	$\frac{1}{2}(\underset{2}{b}+\underset{2}{c})$	GL^2
$\underset{5}{A}$	2α	$\underset{1}{b}-\underset{1}{c}$	$2Gc_1$
$\underset{6}{A}$	2ε	$\underset{2}{b}-\underset{2}{c}$	$2GL^2c_2$
$\underset{7}{A}$	$\varkappa$	$\frac{1}{2}\underset{3}{a}$	GLc_4
$\underset{8}{A}$	2χ	$\frac{1}{2}(\underset{3}{b}+\underset{3}{c})$	GLc_5
$\underset{9}{A}$	-4ν	$\underset{3}{c}-\underset{3}{b}$	GLc_6

[10] Murashkin E. V., Radayev Y. N. On theory of oriented tensor elements of area for a micropolar continuum immersed in an external plane space // Mechanics of Solids. 2022. Vol. 57, no. 2. p. 205–213.

[11] Jeffreys H. Cartesian Tensors. Cambridge: Cambridge University Press, 1931. 101 p.

[12] Мурашкин Е.В., Радаев Ю. Н. Ковариантно постоянные тензоры в пространствах Евклида. Элементы теории // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия механика предельного состояния. 2022. № 2(52). с. 106–115.

[13] Мурашкин Е.В., Радаев Ю. Н. Ковариантно постоянные тензоры в пространствах Евклида. Приложения к механике континуума // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия механика предельного состояния. 2022. № 2(52). С. 118–127.

E. V. Murashkin, Yu. N. Radayev

REDUCING NATURAL FORMS OF HEMITROPIC ENERGY POTENTIALS TO CONVENTIONAL ONES

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia

Abstract. The paper is devoted to the problem of reducing the natural energy form of stress potentials (force and couple) to a conventional one. Several energy forms are given for a hemitropic elastic medium in terms of asymmetric stress and strain tensors. These energy forms are assumed to be absolutely invariant with respect to arbitrary transformations of the three-dimensional Euclidean space (including mirror reflections). As a result of applying special coordinate representations of semi-isotropic (hemitropic) tensors of the fourth rank, 9 defining scalars characterizing a hemitropic elastic medium are obtained. Equations for constitutive scalars of the conventional form are derived in terms of constitutive scalars of the second base natural energy form and in terms of commonly used hemitropic scalars: shear modulus, Poisson's ratio, characteristic microlength, and six dimensionless scalars.

Keywords: pseudotensor, fundamental orienting pseudoscalar, quadratic energy form, potential detection, detecting pseudotensor, characteristic microlength, chiral medium, micropolar hemitropic continuum

REFERENCES

[1] Nowacki W. Theory of micropolar elasticity. Berlin: Springer, 1972. 286 p.

[2] Nowacki W. Theory of asymmetric elasticity. Oxford: Pergamon Press, 1986. 383 p.

[3] Dyszlewicz J. Hemitropic medium // Micropolar Theory of Elasticity. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004. P. 281–332. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-540-45286-7_5.

[4] Радаев Ю. Н. Правило множителей в ковариантных формулировках микрополярных теорий механики континуума // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физико-математические науки. 2018. Т. 22, № 3. С. 504–517.

[5] Мурашкин Е.В., Радаев Ю. Н. О двух основных естественных формах потенциалов асимметричных тензоров напряжений в механике гемитропных сред // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия механика предельного состояния. 2022. № 3(53). С. 118–127.

[6] Neuber H. Über Probleme der Spannungskonzentration im Cosserat-Körper // Acta Mechanica. 1966. Vol. 2, no. 1. P. 48–69.

[7] Neuber H. On the general solution of linear-elastic problems in isotropic and anisotropic Cosserat continua // Applied Mechanics. 1966. P. 153–158.

[8] Neuber H. On the Effect of Stress Concentration in Cosserat Continua // Mechanics of Generalized Continua. 1968. P. 109–113.

[9] Мурашкин Е.В., Радаев Ю. Н. О согласовании ориентаций тензорных элементов площади в микрополярном континууме, погружаемом во внешнее плоское пространство // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физико-математические науки. 2021. Т. 25, № 4. С. 776–786.

Murashkin Evgenii Valeryevich, Cand. Sc., PhD, MD, Senior Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Russia.

Radayev Yuri Nikolaevich, D. Sc., PhD, MSc, Professor of Continuum Mechanics, Leading Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Russia.

[10] Murashkin E. V., Radayev Y. N. On theory of oriented tensor elements of area for a micropolar continuum immersed in an external plane space // Mechanics of Solids. 2022. Vol. 57, no. 2. p. 205–213.
[11] Jeffreys H. Cartesian Tensors. Cambridge: Cambridge University Press, 1931. 101 p.
[12] Мурашкин Е.В., Радаев Ю. Н. Ковариантно постоянные тензоры в пространствах Евклида. Элементы теории // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия механика предельного состояния. 2022. № 2(52). с. 106–115.
[13] Мурашкин Е.В., Радаев Ю. Н. Ковариантно постоянные тензоры в пространствах Евклида. Приложения к механике континуума // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия механика предельного состояния. 2022. № 2(52). С. 118–127.

This study was in part financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (State Registration Number AAAA-A20-120011690132-4) and by the Russian Foundation for Basic Research project no. 20-01-00666.