

В. Г. Зубчанинов, В. И. Гультияев, А. С. Двужилов

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЛАТУНИ Л63 ПО ГЛАДКОЙ КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРАЕКТОРИИ ТИПА “ВЕЕР СМЕЩЕННЫХ ОКРУЖНОСТЕЙ”

*Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия*

**Аннотация.** В статье описаны результаты эксперимента деформирования по гладкой криволинейной траектории трубчатого тонкостенного образца. На каждом участке траектории менялось значение кривизны и одновременно перемещался ее центр. Экспериментальные исследования проводились в девиаторном пространстве деформаций А.А. Ильюшина на экспериментальном автоматизированном комплексе СН-ЭВМ, с учетом одновременного, комбинированного действия на трубчатый образец кручения и растяжения-сжатия. Исследованию подлежали скалярные и векторные свойства материала латуни Л63. Выявлено, что полученные диаграммы, которые показывают векторные и скалярные свойства материала имеют колебательный характер.

**Ключевые слова:** векторные и скалярные свойства материала, сложное нагружение, экспериментальные данные, пластичность, траектория деформирования.

DOI: 10.37972/chgpu.2023.55.1.004

УДК: 539.374

Серьезная и необходимая на сегодняшний день задача теории пластичности – изучить очевидные законы упругопластического деформирования и прочности материалов, а также определённые свойства материалов при нагружении и при сложном напряженном состоянии. Работа над экспериментами открывает объективную возможность по определению достоверности и пределов применимости математических моделей теории пластичности.

---

© Зубчанинов В. Г., Гультияев В. И., Двужилов А. С., 2023

*Зубчанинов Владимир Георгиевич*

**e-mail:** vlgzub@gmail.com, доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия.

*Гультияев Вадим Иванович*

**e-mail:** vig0@mail.ru, доктор технических наук, заведующий кафедрой автомобильных дорог, оснований и фундаментов, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия

*Двужилов Антон Сергеевич*

**e-mail:** anton\_in\_tver, ассистент кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия.

Поступила 10.01.2023

В более ранних исследованиях, описанных в источниках [1–13] и др., можно увидеть результаты эксперимента деформирования поликристаллических металлов и сплавов при сложном нагружении, а также различные виды моделей теории пластичности. Из вышеуказанных источников важно отметить именно криволинейные траектории деформирования, которые имеют окружности или спирали Архимеда.

Представлена специфическая криволинейная траектория, в процессе деформирования которой задана различная кривизна, при этом центр окружности смещается по оси Э1 в положительную сторону. Эксперименты выполнены на комплексе СН-ЭВМ (экспериментально-расчетный комплекс СН-ЭВМ А.А. Ильюшина), на котором возможно осуществить трехпараметрическое нагружение на образец (внутреннее давление, кручение и осевое растяжение-сжатие). Эксперименты, результаты которого показаны в векторном представлении деформаций и напряжений А.А. Ильюшина [1–3], выполнялись в пространстве деформаций Э1-Э3 при одновременном воздействии крутящего момента и осевой силы. Нагружение осуществлялось при постоянной температуре, деформации подразумеваются малыми.

Программу деформирования, показанную на рисунке 1, можно описать следующим образом: начинающиеся из начала координат пять окружностей различного радиуса  $R_1 = 0.25\%$ ,  $R_2 = 0.5\%$ ,  $R_3 = 0.75\%$ ,  $R_4 = 1\%$ ,  $R_5 = 1.5\%$  и различной кривизны  $\pm 400$ ,  $\pm 200$ ,  $\pm 133$ ,  $\pm 100$ ,  $\pm 67$ .

Тонкостенный трубчатый образец был подвержен одновременному растяжению по Э1 и знакопеременному кручению по Э3. Полученная линия деформирования относится к гладким траекториям (по А.А.Ильюшину) [1], в следствии того, что в области смены участков нет точек перелома, однако меняется величина кривизны.

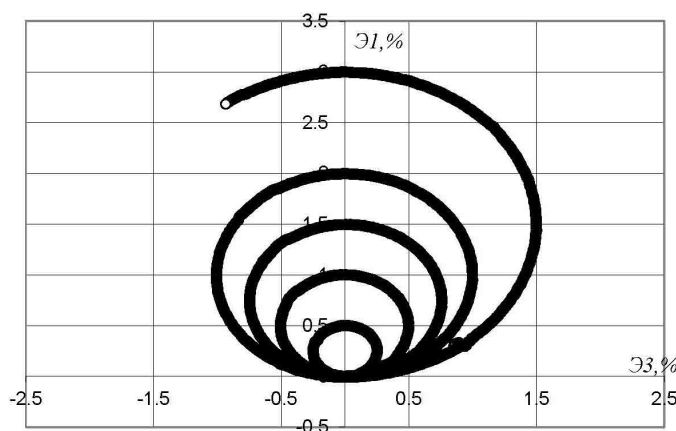


Рис. 1. Траектория деформирования на плоскости Э1-Э3

В экспериментах задействованы тонкостенные трубчатые образцы, выполненные из латуни Л63. Состав и марка латуни подтверждены химическим анализом.

Габариты образцов, использованные в экспериментальных исследованиях:

- толщина стенки – 1 мм (h),
- радиус срединной поверхности поперечного сечения – 15, 5 мм (r)

- длина рабочей части – 110 мм (1).

При растяжении и кручении, т.е. при простом пропорциональном нагружении, исходная изотропия материала латуни Л63 была подтверждена экспериментально. Результаты обработаны с помощью формул [3]:

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \frac{\Delta l}{l}, \varepsilon_{22} = \frac{\Delta r}{r}, \varepsilon_{12} = \frac{r\psi}{2l}, \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0, \\ \varepsilon_{33} = -(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + \frac{\sigma_0}{K}, \varepsilon_0 = \frac{1}{3}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}), \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \frac{P}{2\pi r h}, \sigma_{22} = q \frac{r}{h}, \sigma_{12} = \frac{M}{2\pi r^2 h}, \sigma_{33} \approx 0, \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0, \\ \sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}), K = \frac{E}{3(1-2\mu)}, \end{cases} \quad (2)$$

где:  $-\xi_{ij}$  – компоненты тензоров деформаций;  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензоров напряжения;  $\Delta l$  – приращения  $l$ ;  $\Delta r$  – приращения  $r$ ;  $\psi$  – угол поворота поперечного сечения;  $P$  – осевая сила при растяжении;  $q$  – внутреннее давление;  $M$  – момент кручения;  $E$  – модуль Эйлера-Юнга;  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $-K$  – объемный модуль упругости.

В процессе обработки информации, полученной в результате эксперимента, было принято, что условие несжимаемости  $\varepsilon_0 = 0$ , показатель  $\mu$  приближался к 0,5.

Через компоненты тензоров по выражениям (3) были получены координаты векторов деформаций и напряжений.

$$\begin{cases} S_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} S_{11} = \sqrt{\frac{3}{2}} (\sigma_{11} - \sigma_0), S_3 = \sqrt{2} S_{12} = \sqrt{2} \sigma_{12}, \\ \mathcal{E}_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} \mathcal{E}_{11} = \sqrt{\frac{3}{2}} (\varepsilon_{11} - \varepsilon_0), \mathcal{E}_3 = \sqrt{2} \mathcal{E}_{12} = \sqrt{2} \varepsilon_{12}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, S_{ij}, \mathcal{E}_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) – компоненты тензоров и тензоров-девиаторов напряжений и деформаций соответственно;  $\sigma_0 = \sigma_{ii}/3$ ,  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ii}/3$  – средние напряжение и деформация.

Модули векторов деформаций и напряжений, которые равны модулям девиаторов деформаций и напряжений, были получены следующим образом (4):

$$\sigma = \sqrt{S_{ij} S_{ij}} = \sqrt{S_1^2 + S_3^2}, \quad \mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{E}_{ij} \mathcal{E}_{ij}} = \sqrt{\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_3^2} \quad (4)$$

Значения угла  $\vartheta_1$  получили с помощью формулы (5). Здесь косинус угла отклонения  $\vartheta_1$  вектора напряжений от касательной к траектории деформирования определяется выражением, где  $\mathcal{E}_1^0, \mathcal{E}_3^0$  – координаты центра кривизны полуокружности:

$$\cos \vartheta_1 = \frac{1}{\sigma} \left( \pm S_1 \frac{\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_3^0}{R} \mp S_3 \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_1^0}{R} \right) \quad (5)$$

Результаты проведенной работы отражены на рисунках 2-7. На рисунке 2 отражен отклик  $S_1 - S_3$ , построенный в пространстве напряжений. Глобальную диаграмму деформирования  $\sigma - \mathcal{E}$  представлена на рисунке 3, а диаграмму прослеживания процесса деформирования  $\sigma - s$  на рисунке 4. Диаграмма  $\sigma - s$  характеризует векторные свойства материала, где  $s$  является длиной дуги траектории деформирования. На рисунках 5, 6 отражены две локальные диаграммы деформирования ( продольного нагружения  $S_1 - \mathcal{E}_1$  и кручение  $S_3 - \mathcal{E}_3$ ). Диаграмма зависимости  $\vartheta_1 - s$ , характеризующая векторные свойства материала, показана на рисунке 7.

Ранее, при проведении подобных экспериментов, выявлено [3, 12, 13] следующее: изменение характера нагружения, а именно смена кривизны траектории деформирования, на диаграмме  $\sigma - s$  вызывает “нырок напряжений”, которые схожи с нырком, появляющимся при наличии угла излома траектории. Похожее явление мы видим и

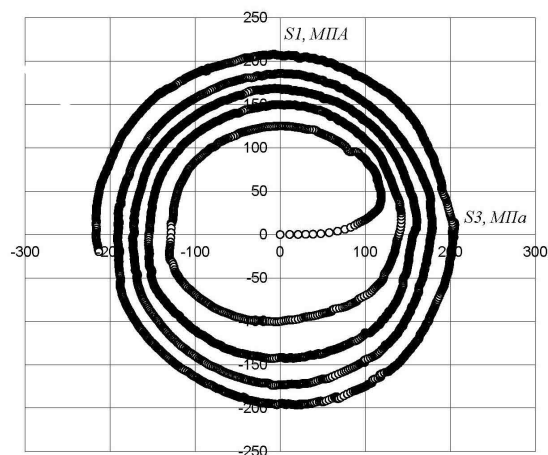
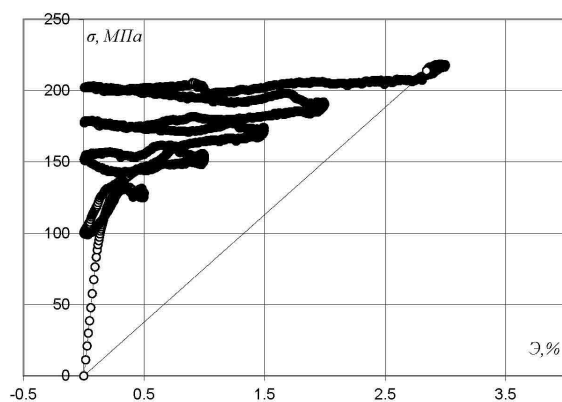


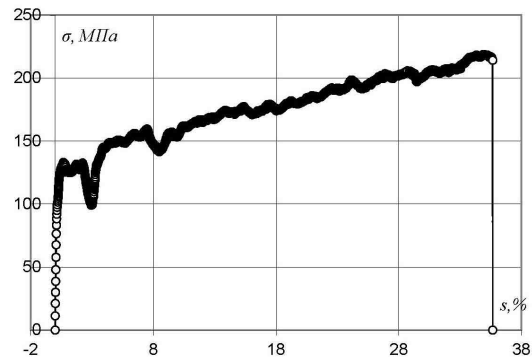
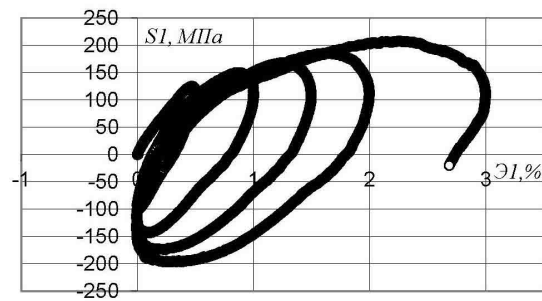
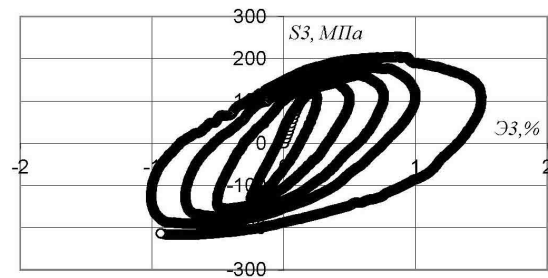
Рис. 2. Отклик по напряжениям на плоскости S1 - S3.

Рис. 3. Диаграмма деформирования  $\sigma - \varepsilon$ .

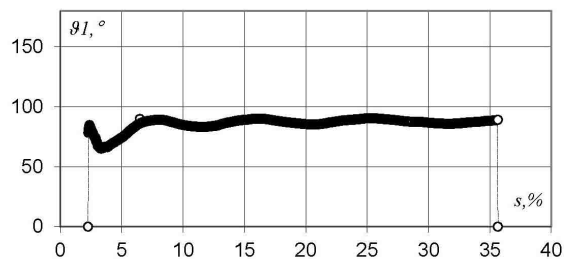
при текущих исследованиях на латуни Л63. На рисунке 4 выявлены зависимости, которые показывают, что вначале каждого участка, при увеличении ЭЗ по модулю, значение напряжения растет, а далее, при уменьшении ЭЗ до нуля, значение  $\sigma$  уменьшается. При этом процент убывания в сопоставлении с наибольшим значением не превышает значения 7% на данном участке.

Выявлено, что при проведении экспериментов по гладким траекториям с неизменной кривизной, проявляется постоянный режим деформирования с одинаковым значением угла сближения  $\vartheta_1$  [3, 12]. В нашем же случае видно, что при смене значения кривизны на диаграмме зависимости угла сближения от длины дуги траектории проявляется колебательный эффект.

**Заключение.** Показаны экспериментальные результаты, полученные в ходе сложного упругопластического деформирования латуни Л63 на тонкостенных трубчатых

Рис. 4. Диаграмма деформирования  $\sigma - s$ .Рис. 5. Локальная диаграмма деформирования  $S1 - Э1$ .Рис. 6. Локальная диаграмма деформирования  $S3 - Э3$ .

образцах по гладким траекториям деформирования различной кривизны. Для материала латунь Л63 исследованы скалярные и векторные свойства. Определено, что

Рис. 7. Диаграмма  $\vartheta_1 - s$ .

диаграммы зависимости угла сближения от длины дуги траектории  $\vartheta_1 - s$  носят колебательный характер, затухающий со временем. При проверке существующих математических моделей теории пластичности будет целесообразно использование итогов эксперимента в практической плоскости.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1971. с. 310.
- [2] Ильюшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963. с. 273.
- [3] Зубчанинов В. Г. Механика процессов пластических сред. М.: Физматлит, 2010. с. 352.
- [4] Зубчанинов В. Г. Общая математическая теория пластичности и постулаты макроскопической определенности и изотропии А.А. Ильюшина // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 2018. № 5. с. 29–46.
- [5] Аннин Б. Д., Жигалкин В. М. Поведение материалов в условиях сложного нагружения. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 342 с.
- [6] Прикладная теория пластичности / Ф. М. Митенков, И. А. Волков, Л. А. Игумнов [и др.]. М.: Физматлит, 2015. 284 с.
- [7] Bondar V. S. Inelasticity. Variants of the theory. New York: Begell House, 2013.
- [8] Васин Р. А. Экспериментальное исследование неупругого поведения материалов // Прикладная механика и техническая физика. 2016. с. 30–34.
- [9] Пелешко В. А. Прикладной и инженерный варианты теории упругопластических процессов активного сложного нагружения. Часть 2: Идентификация и верификация // Изв. РАН. МТТ. 2016. № 1. с. 110–135.
- [10] Зубчанинов В. Г. Моделирование процесса упругопластического деформирования стали 45 по траекториям типа спирали Архимеда // Вычислительная механика сплошных сред. 2021. Т. 14, № 1. с. 102–109.
- [11] Zubchaninov V. G., Alekseev A. A., Gultiaev V. I. Modeling of deformation processes of structural steels along circular paths // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1425, no. 1. p. 012186.
- [12] Modeling of elastoplastic deformation of structural steel by a trajectory containing three circles touching internally / Z. V. G., A. A. Alekseev, V. I. Gultiaev et al. // Materials Physics and Mechanics. 2019. Vol. 42, no. 5. p. 528–534.
- [13] Зубчанинов В. Г., Алексеев А. А., Гульяев В. И. Влияние замены неаналитических траекторий с точками излома гладкими траекториями на сложность процессов деформирования и нагружения материалов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 2. с. 52–63.

V. G. Zubchaninov, V. I. Gulyaev, A. S. Dvuzhilov

## INVESTIGATION OF BRASS L63 ALONG A SMOOTH CURVILINEAR TRAJECTORY OF THE ‘FAN’ TYPE DISPLACED CIRCLES’

*Tver State Technical University, Tver, Russia*

**Abstract.** The article presents the results of an experimental study of deformation of a thin-walled tubular sample along a smooth curvilinear trajectory of deformation of different curvature, in which each section of the trajectory changes the value of curvature and moves its center. The experiments were carried out on an automated calculation and experimental complex SN-EVM in the deviatoric space deformations A.A. Ilyushin (hard loading) with simultaneous combined action on a thin-walled tubular tensile-compression sample and twists. Scalar and vector material properties were subject to research brass L63. It was revealed that the resulting diagrams that characterize scalar and vector material properties are oscillatory.

**Keywords:** vector and scalar material properties, complex loading, experimental data, plasticity, trajectory deformation.

### REFERENCES

- [1] Ilyushin A. A. Continuum Mechanics. M.: Publishing house of Moscow State University, 1971. p. 310.
- [2] Ilyushin A. A. Plasticity. Fundamentals of General Mathematical Theory. M.: Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR, 1963. p. 273.
- [3] Zubchaninov V. G. Mechanics of plastic media processes. M.: Fizmatlit, 2010. p. 352.
- [4] Zubchaninov V. G. General mathematical theory of plasticity and postulates of macroscopic definability and isotropy A.A. Ilyushin // Bulletin of the Moscow University. Series 1. Mathematics. Mechanics. 2018. no. 5. p. 29–46.
- [5] Annin B. D., Zhigalkin V. M. Behavior of materials under complex loading. Novosibirsk: Publishing House of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 1999. 342 p.
- [6] Applied Theory of Plasticity / F. M. Mitenkov, I. A. Volkov, L. A. Igumnov et al. M.: Fizmatlit, 2015. 284 p.
- [7] v. S. Bondar. Inelasticity. Variants of the theory. New York: Begell House, 2013.
- [8] Vasin R. A. Experimental Study of Inelastic Behavior of Materials // Applied mechanics and engineering physics. 2016. p. 30–34.
- [9] Peleshko V. A. Applied and engineering versions of the theory of elastic-plastic processes of active complex loading. Part 2: Identification and verification // Izv. RAN. MTT. 2016. no. 1. p. 110–135.
- [10] Zubchaninov V. G. Modeling the process of elastic-plastic deformation of steel 45 along trajectories of the Archimedes spiral type // Computational Continuum Mechanics. 2021. Vol. 14, no. 1. p. 102–109.
- [11] v. G. Zubchaninov, Alekseev A. A., Gulyaev V. I. Modeling of deformation processes of structural steels along circular paths // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1425, no. 1. p. 012186.
- [12] Modeling of elastoplastic deformation of structural steel by a trajectory containing three circles touching internally / Z. v. G., A. A. Alekseev, V. I. Gulyaev et al. // Materials Physics and Mechanics. 2019. Vol. 42, no. 5. p. 528–534.
- [13] Zubchaninov V. G., Alekseev A. A., Gulyaev V. I. Influence of replacing non-analytical trajectories with break points with smooth trajectories on the complexity of the processes of deformation and loading of materials // Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics. 2020. no. 2. p. 52–63.

---

*Zubchaninov Vladimir Georgievich*, Dr. Tech. Sci., Professor, Tver State Technical University, Tver, Russia.

*Gulyaev Vadim Ivanovich*, Dr. Tech. Sci., Professor, Tver State Technical University, Tver, Russia.

*Dvuzhilov Anton Sergeevich*, Assistant, Tver State Technical University, Tver, Russia.