

А. И. Евстигнеев, А. А. Евстигнеева, Э. А. Дмитриев, Е. П. Иванкова,  
В. И. Одинокоев, Д. В. Чернышова

## О СИЛОВОМ ВЛИЯНИИ ОПОРНОГО НАПОЛНИТЕЛЯ И МЕЖСЛОЙНОГО ТРЕНИЯ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ КЕРАМИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ ПО ВЫПЛАВЛЯЕМЫМ МОДЕЛЯМ

Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

**Аннотация.** В работе изложены результаты теоретического исследования напряженно-деформированного состояния оболочковой формы в зависимости от силового воздействия на неё со стороны опорного наполнителя и межслойного трения при литье по выплавляемым моделям.

**Ключевые слова:** многослойная оболочковая форма, напряженное состояние, напряжение, перемещение, трещинообразование.

DOI: 10.37972/chgpu.2023.55.1.005

УДК: 539.5, 621.74.045

**1. Введение** Метод литья по выплавляемым моделям является самым востребованным способом получения отливок высокой сложности. Растрескивание или полное разрушение оболочковой формы (ОФ) на операциях прокаливания и заливки ее жидким расплавом приводят к повышенному браку получаемых отливок. Неравномерность нагрева ОФ при заливке металла и затвердевании формирующейся отливки приводит к появлению в ней микро и макротрещин, что связано с неравномерным термоупругим напряженно-деформируемым состоянием (НДС) ОФ. Растрескивание и полное разрушение ОФ имеет место при всех известных технологических способах их

---

© Евстигнеев А. И., Евстигнеева А. А., Дмитриев Э. А., Иванкова Е. П., Одинокоев В. И., Чернышова Д. В., 2023

*Евстигнеев Алексей Иванович*

**e-mail:** diss@knastu.ru, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

*Евстигнеева Анна Алексеевна*

**e-mail:** annka.ewstig@mail.ru, студентка 3-го курса факультета компьютерных технологий, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

*Дмитриев Эдуард Анатольевич*

**e-mail:** rector@knastu.ru, доктор технических наук, профессор, ректор, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

Поступила 02.02.2023

подготовки к прокаливанию и заливке жидким металлом, которые обусловлены разнообразием требований, предъявляемых к качеству получаемых отливок, их массой и габаритными размерами, свойствами материалов, применяемых для изготовления ОФ, толщиной и термостойкостью стенок ОФ и пр. Одним из наиболее распространенных в действующем производстве способов подготовки ОФ к прокаливанию и заливке является технология прокаливания и заливки жидким металлом заформованной ОФ в опорный наполнитель (ОН)

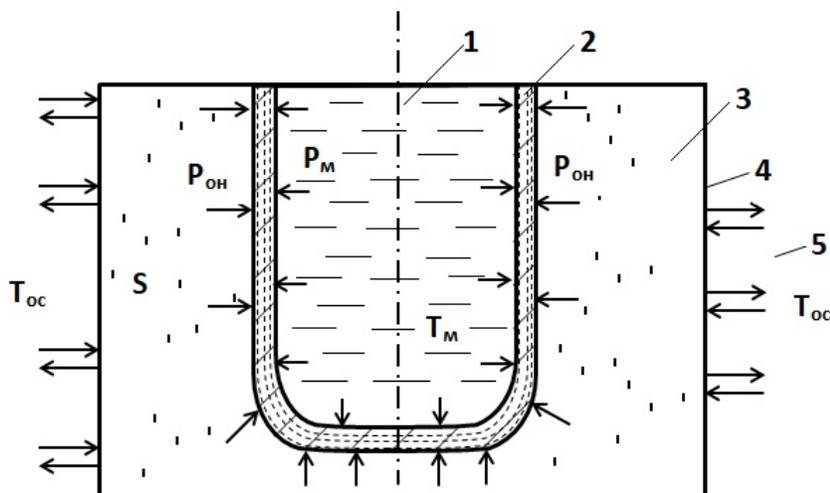


Рис. 1. Схема заформованной в опорный наполнитель оболочковой формы и залитой жидким металлом: 1 – жидкий металл; 2 – оболочковая форма; 3 – опорный наполнитель; 4 – опока (кожух); 5 – окружающая среда.  $T_{oc}$  – температура окружающей среды;  $T_m$  – температура жидкого металла;  $P_m$  – давление жидкого металла на оболочковую форму;  $P_{он}$  – давление опорного наполнителя на оболочковую форму

Оболочковая форма по выплавляемым моделям формируется в результате повторения технологических операций окунания блока в огнеупорную суспензию, обсыпки его зернистым огнеупорным материалом и сушки каждого нанесенного на блок слоя, формируя таким образом тело многослойной керамической оболочки.

© Евстигнеев А. И., Евстигнеева А. А., Дмитриев Э. А., Иванкова Е. П., Одинокоев В. И., Чернышова Д. В., 2023

*Иванкова Евгения Павловна*

e-mail: jepuvany@mail.ru, кандидат технических наук, доцент, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

*Одинокоев Валерий Иванович*

e-mail: 79122718858@yandex.ru, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

*Чернышова Дарья Витальевна*

e-mail: darasernysova744@gmail.com, аспирантка, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

При этом все слои оболочки жестко связаны между собой и могут иметь отличные физико-механические, теплофизические и химические свойства друг от друга. Количество наносимых на модельный блок слоев огнеупорного покрытия от 3-х до 12-ти и может быть более. Поэтому материал ОФ в целом можно считать гетерогенным.

Опорный наполнитель – огнеупорный материал, окружающий ОФ с внешней стороны и предназначенный для увеличения жесткости и прочности ОФ, обеспечивая её устойчивость при прокаливании и заливке металлом, сохранение начальной температуры ОФ до заливки. В качестве ОН используют сыпучий или монолитный огнеупорный материал, и, в некоторых случаях, металлическую чугунную дробь [1].

Существующие наработки и собранный научный и производственный опыт в этом направлении не снижает актуальности проблемы уменьшения уровня НДС ОФ. Требуется проведение дополнительных дальнейших исследований.

Сейчас исследователи активно работают над вопросом влияния внутренних и внешних факторов на НДС ОФ.

К исследуемым внешним факторам воздействия на ОФ относим основные: силовое и температурное воздействие как со стороны жидкого и твердого металла, так и со стороны ОН.

Среди ранее опубликованных можно выделить работы [2–4], посвященные исследованию внешнего температурного воздействия со стороны ОН на НДС ОФ, а также работу [5], в которой предложен уже способ управления уровнем НДС ОФ при ее заливке жидким металлом. Установлению особенностей силового влияния ОН на ОФ посвящена работа [6], а со стороны заливаемого металла – работа [7].

Морфологическая структура ОФ и ее виды, а также межслойные связи контактирующих слоев оболочки относятся к внутренним факторам воздействия на ОФ.

Теоретическое исследование по влиянию макроструктуры многослойной ОФ на ее НДС представлено в работе [8]. Однако вопрос влияния наличия трения или его отсутствия между контактирующими слоями на трещиностойкость ОФ остался незатронутым.

В данной работе исследуется влияние внутреннего межслойного трения в ОФ и силового воздействия ОН в виде монолитного тела на НДС ОФ, при этом принимается структура ОФ согласно работе [8], но уже с учетом трения между слоями.

Таким образом, математическое моделирование процессов влияния межслойных связей в ОФ и силового воздействия сыпучего ОН в виде монолитного тела на трещинообразование в ОФ и возможное полное ее разрушение после заливки расплава и охлаждения отливки является целью настоящей работы. При этом макроструктура ОФ, в т. ч. градиентных, должна быть как с учетом трения между слоями (жесткие связи), так и с учетом рекомендации работы [9] (наличие межслойного проскальзывания).

Данная инженерная тематика ранее рассматривалась в многочисленных работах и монографиях [2, 3, 7, 8, 10]. Так, в работе [10] решалась задача по заливке стали в ОФ с учетом фазового перехода. Анализ результатов показал, что учет этого фактора несущественно сказывается на результатах решения. Учет физических параметров: теплоемкости ( $C$ ), теплопроводности ( $\lambda$ ), от температуры также несущественен [8].

**2. Построение математической модели** Рассмотрим процесс охлаждения (затвердевания) залитой жидким металлом многослойной ОФ в виде осесимметричного тела вращения (рис. 1, а), заформованной в опорный наполнитель и нагретую

до определенной температуры, при этом ограничимся рассмотрением только зумпфа ОФ (нижняя сферическая часть стояка в виде полусферы) и цилиндрической части стояка.

Принимаем, что деформируемая среда – оболочковая форма и затвердевший металл можно считать изотропным. ОФ представляет собой керамический многослойный материал толщиной  $T$ . На рис. 2,б представлена расчетная схема моделирования областей системы: область I – жидкий металл (ЖМ); II – твердый металл (ТМ); III – оболочковая форма (ОФ), IV – опорный наполнитель (ОН).

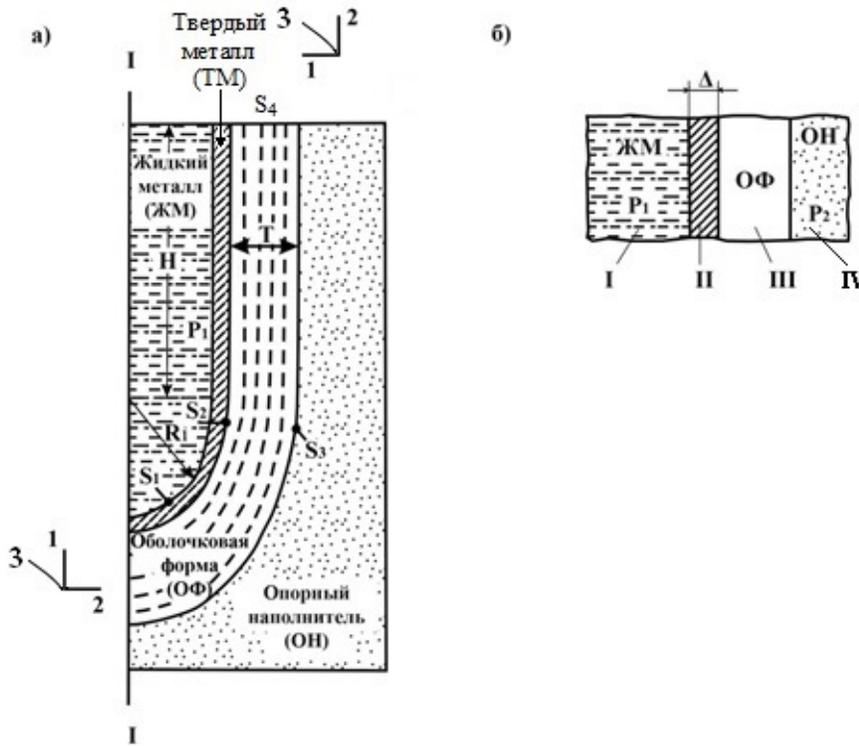


Рис. 2. Расчетная схема системы ЖМ-ТМ-ОФ-ОН с расшифровкой поверхностей к граничным условиям задачи: а – меридианное сечение, б – схема моделирования областей системы;  $T$  – толщина оболочковой формы;  $H$  – высота цилиндрической части стояка оболочковой формы;  $R_1$  – радиус сферической части стояка (зумпфа); I–I – ось симметрии; 1, 2, 3 – оси координат;  $S_1$  – внутренняя поверхность контакта жидкого и затвердевшего металла,  $S_2$  – внутренняя поверхность контакта затвердевшего металла и оболочковой формы;  $S_3$  – внешняя поверхность оболочковой формы;  $S_4$  – свободная поверхность торца литниковой чаши оболочковой формы

Используем линейную теорию упругости, эйлерову систему координат и уравнение теплопроводности. Запишем для каждой из областей систему уравнений на временном шаге  $\Delta\tau_n$ :

область I:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma = P_1; P_1 = -h\gamma; \theta = \bar{\alpha}_1 \Delta\theta; \quad (1)$$

области II, III:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j} &= 0; \sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} = 2G_p^t \epsilon_{ij}^*; \epsilon_{ij}^* = \epsilon_{ij} - \frac{1}{3}\epsilon\delta_{ij}; \epsilon = \epsilon_{ii}; \\ \epsilon_{ii} &= 3k_p^t\sigma + 3\alpha_p^t(\theta_n - \theta_p^*); \epsilon_{ij} = 0.5(U_{i,j} + U_{j,i}); \\ \theta &= \bar{\alpha}_2\Delta\theta; \\ \theta &= \bar{\alpha}_3^t\Delta\theta; \text{(область III)}\end{aligned}\quad (2)$$

где  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений;  $U_i$  – перемещения;  $\epsilon_{ij}$  – компоненты тензора упругих деформаций;  $\sigma$  – гидростатическое напряжение;  $G_p^t$  ( $p=2$ ) – модуль сдвига закристаллизовавшегося металла; формы ( $p=3$ ) в слое  $t_i$ ;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $k_p^t$  – коэффициент объемного сжатия;  $\alpha_3^t$  – коэффициент линейного расширения в области (III), в слое ( $t$ );  $\gamma$  – плотность разливаемого металла ( $\text{г/см}^3$ );  $\bar{\alpha}_p$  – коэффициент температуропроводности в области ( $p$ );  $p = 1, 2$ ;  $\alpha_3^{-t}$  – коэффициент температуропроводности в области (III) в слое ( $t$ );  $\theta_n$  – текущая температура;  $\theta_p^*$  – начальная температура в области ( $p$ ). В системе (2) используется суммирование по повторяющимся индексам.

Полагаем, что внутренние поверхности  $x_1 = x_i^*$  не влияют на тепловое поле внутри ОФ. В процессе охлаждения жидкий металл кристаллизуется. Величина закристаллизовавшейся корочки  $\Delta_n$  на временном шаге  $\Delta\tau_n$  определяется из решения уравнения межфазового перехода [11]

$$\Delta_n = C\sqrt{\Delta\tau_n}, C = \sqrt{\frac{2\Delta\theta_1\lambda_1}{\rho L}} \quad (3)$$

Здесь  $\Delta\theta_1$  – перепад температур в твердой фазе вблизи фронта кристаллизации,  $L$  – скрытая теплота плавления,  $\rho$  – плотность,  $\lambda_1$  – коэффициент теплопроводности в твердой фазе.

Начальные условия задачи:

$\Delta|_{\tau=0}=0$  – отсутствие твердой фазы металла ( $\Delta$  – толщина затвердевшего металла);  $\theta_I|_{\tau=0} = \theta_0$  – температура разливаемого жидкого металла;  $\theta_{III}^*|_{\tau=0} = \theta^*$  – начальная температура формы.

С учетом осевой симметрии имеем  $\sigma_{31}=\sigma_{32}=0$ ;  $\epsilon_{13}=\epsilon_{23}=0$ ;  $U_3=0$ .

Граничные условия задачи (рис. 2, а):

- на оси симметрии  $U_2=0$ ;  $\sigma_{21}=0$ ;  $q_n=0$ ;
- на поверхности  $S_i$ , ( $i = 1 - 4$ )

$$\begin{aligned}U_1|_{S_3} &= 0; \sigma_{11}|_{S_1} = -P_1; \sigma_{12}|_{S_1} = 0; \sigma_{21}|_{S_4} = 0; \sigma_{22}|_{S_4} = 0; \\ \sigma_{12}|_{S_3} &= -\psi^*\tau_s \frac{U_{\text{ск}}}{U^*} \cos(n, x_1); \theta|_{S_3} = 20^\circ\text{C}.\end{aligned}\quad (4)$$

На границе поверхностей слоев  $x_1 = x_i^*$ ;  $\sigma_{12}|_{x_i^*} = -\psi\tau_s \frac{\bar{U}_{\text{ск}}}{U^*} \cos(n, x_i^*)$ , где  $\psi^*$  – коэффициент трения на поверхности контакта между ОФ и ОН;  $U_{\text{ск}}$  – скольжение ОФ относительно опорного наполнителя (ОН) вдоль координаты  $x_2$ ;  $U^*$  – нормирующая величина  $U$ ;  $\psi$  – коэффициент трения между слоями,  $\tau_s$  – нормирующая величина,  $\tau_s$

$= 1 \text{ кг/мм}^2$ ,  $\bar{U}_{\text{ск}}$  – скольжение одного слоя относительно другого на поверхности  $x_1 = x_i^*$  вдоль координаты  $x_2$ .

При расчете приняты следующие физические параметры и свойства.

Физические параметры разливаемой стали при температуре  $\theta \geq 1000^\circ\text{C}$  [7]:

$$\begin{aligned} G &= 9810 \text{ МПа}, \alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}, \lambda = 29,8 \text{ Вт/(м} \cdot ^\circ\text{C)}, \\ L &= 270 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}, C = 444 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}, \gamma = 7800 \text{ кг/м}^3, \\ \theta_{\text{к}} &= 1450^\circ\text{C}, \theta_0 = 1500^\circ\text{C}. \end{aligned} \quad (5)$$

Физические свойства материала ОФ – керамики:

$$\begin{aligned} G &= 2960 \text{ кг/мм}^2, \alpha = 0,51 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}, \lambda = 0,812 \text{ Вт/(м} \cdot ^\circ\text{C)}, \\ C &= 890 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}, \gamma = 2000 \text{ кг/м}^3, \end{aligned} \quad (6)$$

Заданы следующие геометрические параметры 10-ти слойной ОФ со свойствами (6): толщина  $T = 8 \text{ мм}$ , высота цилиндрической части стояка  $H = 40 \text{ мм}$ , внутренний радиус сферической части  $R_1 = 20 \text{ мм}$ .

Решение полученной алгебраической системы уравнений (1, 2) осуществляется численным методом [12, 13] с использованием разработанных авторских алгоритмов [12] и программного комплекса [14].

**3. Анализ результатов расчета** Задачей настоящего исследования является установление влияния величины трения между ОН и ОФ (поверхность  $S_3$ ) на НДС ОФ. Для начала задаемся следующими значениями:  $\psi^* = 1$ ,  $\psi = 0,002$ . Результаты расчетов приведены на рис. 3 (пунктирные линии).

Можно отметить значительный разброс по сечению касательных напряжений  $\sigma_{12}$  от 0,34 МПа внутри оболочки до 0,08 МПа на поверхности  $S_3$  при уменьшении нормальных напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  по всем параметрам. Тогда можно обобщить, что ОФ при  $\psi^* = 0,01$  на поверхности  $S_3$  (сплошные линии) более склонна к образованию микро и макротрещин, чем при  $\psi^* = 0,1$ .

Результаты расчета при коэффициентах трения  $\psi^* = 10$  (сплошные линии),  $\psi^* = 20$  (пунктирные линии) представлены на рис. 4.

Анализ результатов, представленных на рис. 3 и 4 показывает, что растягивающиеся напряжения  $\sigma_{22}$  на поверхности контакта ОФ с ОН с увеличением трения уменьшаются и несколько увеличиваются в ее срединной части. При этом отмечается возрастание по абсолютной величине сжимающих напряжений на внутренней поверхности ОФ, а перемещения  $U_1$ ,  $U_2$  уменьшаются как по сечению, так и на поверхностях ОФ.

Как на контактной поверхности  $S_3$ , так и внутри оболочки касательные напряжения  $\sigma_{12}$  (рис. 4) возрастают до значений 0,44 МПа и 0,76 МПа соответственно с небольшим ростом к поверхности  $S_4$ . Видно, что величина нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  при  $\psi^* = 10$  (сплошные линии) выше величин  $\sigma_{22}$  при  $\psi^* = 20$  (пунктирные линии). Существенного изменения результатов не выявлено в случае дальнейшего роста  $\psi^*$  на поверхности  $S_3$  со стороны ОН. Это подтверждается результатами, представленными на рис. 5.

Видно, что представленные на рис. 4 эпюры при  $\psi^* = 20$  практически не отличаются от эпюр, представленных на рис. 5. Это говорит о том, что дальнейший рост коэффициента трения  $\psi^*$  на поверхности  $S_3$  не имеет смысла.

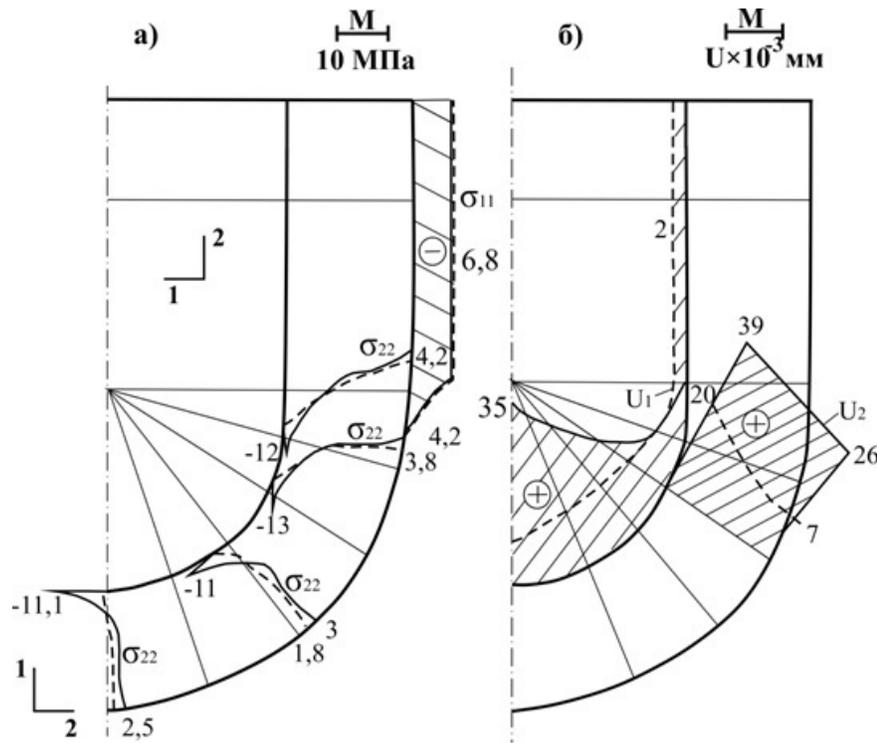


Рис. 3. Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (а) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (б) по толщине оболочки при  $\psi=0,002$  ( — — —  $\psi^*=0,01$ ; - - - - -  $\psi^*=1$ )

Отмечаем, что наибольшие значения растягивающих напряжений  $\sigma_{22}$  наблюдаются в центральной области ОФ с их уменьшением в направлении от оси симметрии к цилиндрической части ОФ.

Можно также констатировать, что зона отставания ОФ от ОН уменьшается с ростом трения на поверхности  $S_3$  и полностью исчезает при  $\psi^* = 40 - 80$ . Это свидетельствует, что ОН полностью соприкасается (контактирует) с поверхностью  $S_3$  ОФ.

Как видно из рис. 6 нормальное напряжение  $\sigma_{22}$  по сечению ОФ стабилизируется уже при  $\psi^* = 10$ .

Растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  на внутренней поверхности ОФ с увеличением трения на поверхности  $S_3$  уменьшаются до нуля. Это связано с тем, что трение препятствует перемещению наружного слоя от его линейного расширения, а значит приводит к уменьшению величин растягивающих напряжений, вызванных расширением внутренних слоев оболочки.

Таким образом, можем заключить, что наличие трения между ОН и ОФ обеспечивает повышение стойкости ОФ к образованию в ней микро и макротрещин.

На следующем этапе исследовалось влияние внутреннего межслойного трения в ОФ, результаты которого представлены на рис.7 при  $\psi^* = 10$ ;  $\psi = 0,006$  (сплошные линии),  $\psi = 0,01$  (пунктирные линии).

Установлено (рис. 7, а) увеличение растягивающих и сжимающих (по абсолютной величине) нормальных напряжений  $\sigma_{22}$ , особенно при  $\psi = 0,01$ .

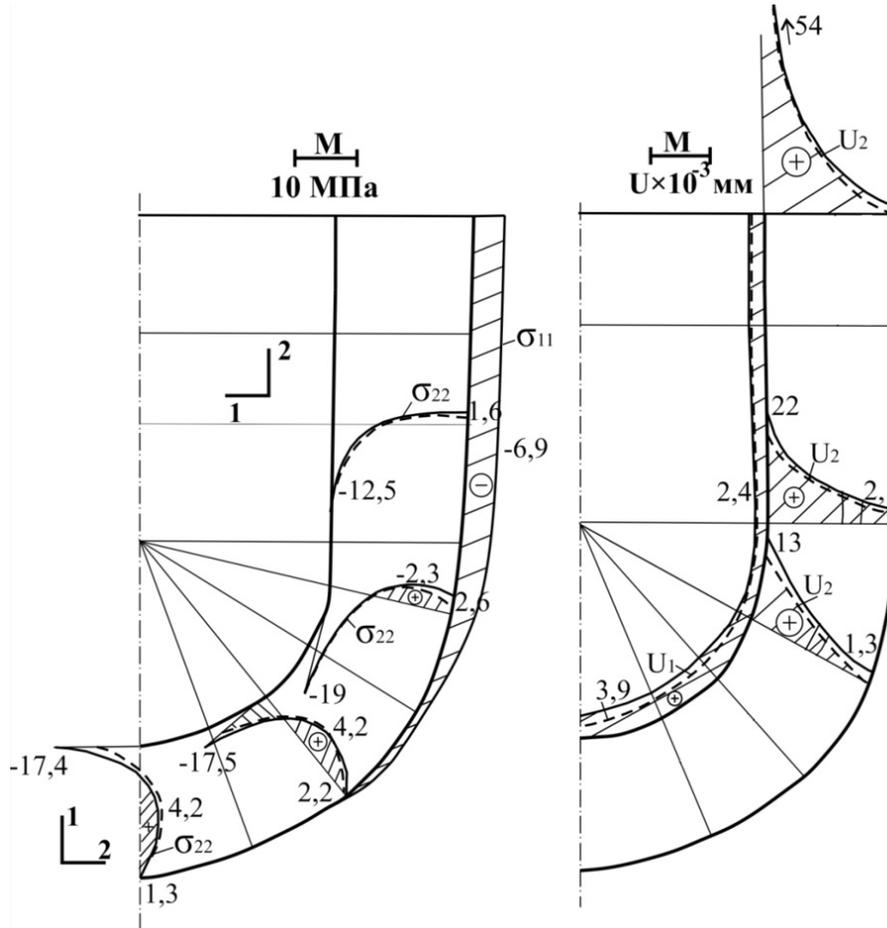


Рис. 4. Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (а) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (б) по толщине оболочки при —  $\psi^*=10$ ; - - - -  $\psi^*=20$

Эпюры касательных напряжений  $\sigma_{12}$  и перемещений  $U_2$  приведены на рис. 7, б, при этом отмечается полный контакт наружной поверхности ОФ с ОН.

Таким образом, можно резюмировать, что наличие трения между слоями ОФ способствует уменьшению трещиностойкости ОФ до определённого предела (рис.3,4,5), а затем способствует ее увеличению (рис. 7). Такое заключение справедливо при открытой (свободной) поверхности  $S_4$ .

Вызывает интерес также и наличие закрытой поверхности  $S_4$ . Так, представим поверхность  $S_4$  ОФ в следующем виде:  $S_4 = S'_4 + S''_4$ , где  $S''_4$  – свободная поверхность,  $S'_4$  – закрытая поверхность. Положим:

$$U_2|_{S'_4} = 0; \sigma_{21}|_{S''_4} = 0; \sigma_{22}|_{S''_4} = 0; \sigma_{21}|_{S'_4} = 0; \quad (7)$$

Результаты решения задачи по аналогии с предыдущим решением (при  $\psi = 0,006$ ) и и дополнительным граничным условием (7) на поверхности  $S_4$  при  $S'_4 = 3$  мм приведены на рис.8.

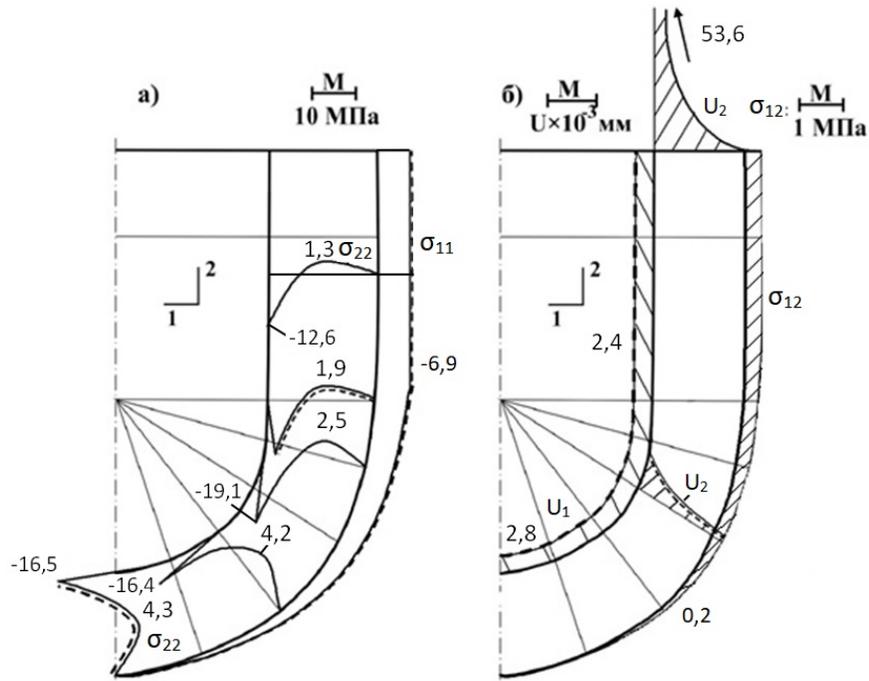


Рис. 5. Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (а) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (б) по толщине оболочки при ———  $\psi^* = 40$ ; - - - - -  $\psi^* = 80$

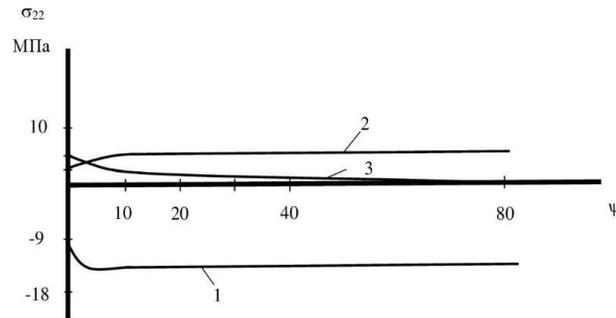


Рис. 6. Изменения напряжений  $\sigma_{22}$  по толщине ОФ в зависимости  $\psi^*$ : 1 – облицовочный слой; 2 – внутренний (промежуточный) слой, 3 – наружный слой

Как видно, растягивающие напряжения  $\sigma_{22}$  (рис. 8, а) полностью отсутствуют, а значения сжимающих напряжений  $\sigma_{22}$  по сечению оболочки меньше, чем в ранее рассмотренном случае (рис. 7). Напряжения  $\sigma_{22}$  на поверхности  $S'_4$  очень значительные (рис. 8, а). Кривая давления  $P$  на поверхности  $S'_4$  приведена на рис. 8, б. Расчетом

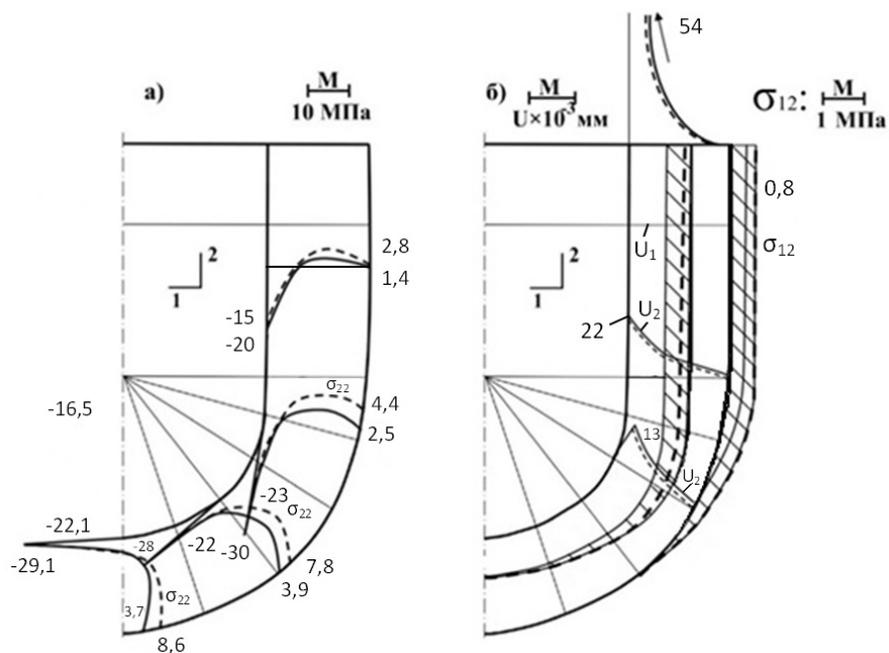


Рис. 7. Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (а) и перемещений  $U_1$ ,  $U_2$  (б) по толщине оболочки при — — —  $\psi=0,006$ ; - - - - -  $\psi=0,01$

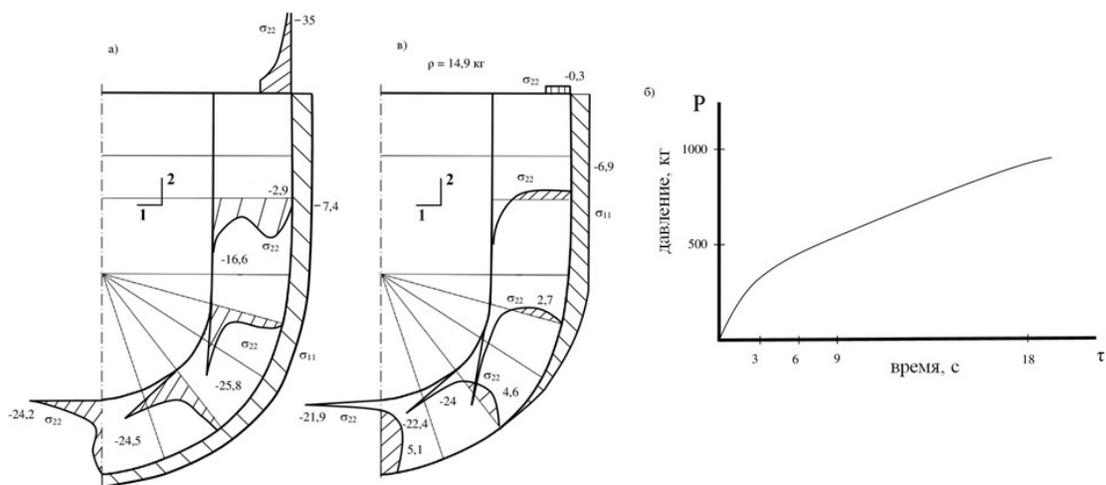


Рис. 8. Поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  (а, в) и кривая давления  $P$  (б) на поверхность  $S_4$  при  $\tau=18,65$  сек.

установлено, что за принятое расчетное время охлаждения формирующейся отливки в ОФ в 18,65 сек (время при котором построены все предыдущие эпюры) давление на

поверхности  $S'_4$  равно  $P=859$  кг, что гарантированно приводит к полному разрушению ОФ.

На рис. 8 приведены результаты решения задачи по воздействию на поверхность  $S'_4$  ( $S'_4 = 3$  мм) равномерной нагрузки  $\sigma_{22} = -0,3$  МПа (соответствует  $P = 25$  кг). Видно, что напряжения  $\sigma_{22}$  практически совпадают с напряжениями  $\sigma_{22}$  при свободной поверхности  $S_4$ , т.е. закрывать поверхность  $S_4$  нет никакого резона из-за гарантированного разрушения при этом ОФ.

**4. Выводы** 1. Построена математическая модель, разработано программное средство и осуществлено теоретическое моделирование охлаждения отливки и многослойной ОФ с учетом изменения межслойного трения внутренних слоев ОФ и трения при контакте ОФ с ОН.

2. Наличие трения между ОН и ОФ обеспечивает повышение стойкости ОФ к образованию в ней микро и макротрещин при охлаждении формирующейся отливки и ОФ в ОН.

3. Закрытие (нагружение) поверхности  $S_4$  гарантированно приводит к полному разрушению ОФ.

4. Методология и результаты работы могут быть использованы и полезны при теоретических исследованиях других оболочечных конструкций.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Иванов В. Н., Казенов С.А., др. Б. С. Курчман и. Литье по выплавляемым моделям. Москва: Машиностроение, 1984. 408 с.
- [2] Одинокое В.И., Севастьянов Г.М., Сапченко И.Г. Эволюция напряженного состояния керамической формы при нестационарном внешнем тепловом воздействии // Математическое моделирование. 2010. № 11. С. 97–108.
- [3] Влияние внешнего теплового воздействия на напряженное состояние оболочковых форм по выплавляемым моделям / А.И. Евстигнеев, В.И. Одинокое, Э.А. Дмитриев [и др.] // Математическое моделирование. 2021. № 1. С. 63–76.
- [4] Тимофеев Г.И., Огорельцев В.П., Черепнин А.Ю. Влияние температурного фактора на напряженно-деформированное состояние оболочковых форм // Изв. ВУЗов. Черная металлургия. 1990. № 8. С. с.69–71.
- [5] Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., др. В.И. Одинокое и. Способ заливки металла в холодную литейную оболочковую форму. Патент РФ № 2722955. Опубликовано. 05.06.2020.
- [6] Голенков Ю.В., Рыбкин В.А., Юсипов Р.Ф. Силовое взаимодействие опорного материала с оболочкой формы при литье по выплавляемым моделям // Литейное производство. 1988. № 2. С. с.14–15.
- [7] Севастьянов Г.М., Одинокое В.И., Сапченко И.Г. Трещинообразование в керамических формах при заливке металла // Деформация и разрушение материалов. 2010. № 10. С. 25–28.
- [8] Одинокое В.И., Дмитриев Э.А., др. А.И. Евстигнеев и. Моделирование и оптимизация выбора свойств материалов и структур оболочковых форм по выплавляемым моделям // Изв. ВУЗов. Черная металлургия. 2020. № 9. С. 742–754.
- [9] Репах С. И. Технологические основы литья по выплавляемым моделям. Днепропетровск: Лира, 2006. 1056 с.
- [10] Севастьянов Г.М., Севастьянов А.М., Одинокое В.И. Об одной начально краевой задаче теплопроводности в системе с фазовыми переходами // Математическое моделирование. 2013. № 3. С. 119–133.
- [11] Моделирование внешнего силового воздействия на оболочковую форму для заливки стали / А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, Д.В. Чернышова [и др.] // Математическое моделирование. 2022. № 5. С. 61–72.
- [12] Математическое моделирование сложных технологических процессов / В.И. Одинокое, Б.Г. Каплунов, А.В. Песков [и др.]. Москва: Наука, 2008. 176 с.

- [13] Математическое моделирование процессов получения отливок в керамические оболочковые формы / В.И. Одинокоев, Э.А. Дмитриев, А.И. Евстигнеев [и др.]. Москва: Инновационное машиностроение, 2020. 224 с.
- [14] Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №20216121 16.04.2021г / В. И. Одинокоев, Э.А. Дмитриев, А.И. Евстигнеев [и др.].

*A.I. Evstigneev, A.A. Evstigneeva, E.A. Dmitriev, E.P. Ivankova,*

*V.I. Odinokov, D.V. Chernyshova*

**ON THE FORCE EFFECT OF THE SUPPORT FILLER AND INTERLAYER FRICTION ON THE STRESS STATE OF A MULTILAYER SHELL MOLD DURING CASTING ACCORDING TO SMELTED MODELS**

*Komsomolsk-on-Amure State University, Komsomolsk-on-Amure, Russia*

**Abstract.** The paper presents the results of a theoretical study of the stress state of the shell mold depending on the force exerted on it by the support filler and interlayer friction during casting according to the smelted models.

**Keywords:** multilayer shell shape, stress state, stress, displacement, cracking.

**REFERENCES**

- [1] Ivanov V. N., Kazenov S., Kurchman B. Casting by smelted models. Moscow: Mechanical engineering, 1984. 408 p. (in Russian).
- [2] Odinokov V., Sevastianov G., Sapchenko I. Evolution of the stress state of a ceramic mold under nonstationary external thermal action // Mathematical Modelling. 2010. no. 11. P. 97–108. (in Russian).
- [3] The influence of external thermal action on the stress state of shell molds according to the smelted models / A. I. Evstigneev, V. I. Odinokov, E. A. Dmitriev et al. // Mathematical Modelling. 2021. no. 1. P. 63–76. (in Russian).
- [4] Timofeev G., Ogoreltsev V., Cherepnin A. Influence of the temperature factor on the stress-strain state of shell forms // Izvestiya. Ferrous Metallurgy. 1990. no. 8. P. 69–71. (in Russian).

---

*Odinokov Valery Ivanovich*

Dr. Sci. Tech., Professor, Leading Research Worker, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

*Dmitriev Eduard Anatolievich*

Dr. Sci. Tech., Associate Professor, Rector, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

*Evstigneev Alexey Ivanovich*

Dr. Sci. Tech., Professor, Leading Research Worker, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

*Evstigneeva Anna Alexeevna*

Third-year student, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

*Ivankova Evgenia Pavlovna*

Dr. Sci. Tech., Associate Professor of the Department of Industrial Electronics, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

*Chernyshova Darya Vitalevna*

Postgraduate student, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia.

- 
- [5] Evstigneev A. I., Dmitriev E. A., Odinkov V. I. A method of pouring metal into a cold casting shell mold. RU Patent no. 2722955. Publ. 05.06.2020. (in Russian).
- [6] Golenkov Y. V., Rybkin V., Yusipov R. Force interaction of the support material with the shell of the mold during casting according to the smelted models // Foundry production. 1988. no. 2. P. 14–15. (in Russian).
- [7] Sevastianov G., Odinkov V., Sapchenko I. Cracking in ceramic molds when pouring metal // Deformation and destruction of materials. 2010. no. 10. P. 25–28. (in Russian).
- [8] Odinkov V. I., Dmitriev E. A., Evstigneev A. I. Modeling and optimization of the choice of properties of materials and structures of shell forms according to the smelted models // Izvestiya. Ferrous Metallurgy. 2020. no. 9. P. 742–754. (in Russian).
- [9] Repyah S. Technological basics of casting by smelted models. Dnepropetrovsk: Lyra, 2006. 1056 p. (in Russian).
- [10] Sevastianov G., Sevastianov A., Odinkov V. I. On an initial boundary value problem of thermal conductivity in a system with phase transitions // Mathematical Modelling. 2013. no. 3. P. 119–133. (in Russian).
- [11] Modeling of external force action on a shell mold for pouring steel / A. I. Evstigneev, E. A. Dmitriev, D. Chernyshova et al. // Mathematical Modelling. 2022. no. 5. P. 61–72. (in Russian).
- [12] V. I. Odinkov B.G. Kaplunov A. P. A. B. Mathematical modeling of complex technological processes. Moscow: Science, 2008. 176 p. (in Russian).
- [13] Sevastianov G., Sevastianov A., Odinkov V. I. Mathematical modeling of the processes of obtaining castings in ceramic shell molds. Moscow: Innovative mechanical engineering, 2020. 224 p. (in Russian).
- [14] Certificate of state registration of a computer program no. 20216121 . Publ. 16.04.2021 / V. I. Odinkov, A. N. Prokudin, A. M. Sergeeva et al. (in Russian).