

Н. К. Салихова<sup>1</sup>, Д. С. Дудин<sup>1</sup>, И. Э. Келлер<sup>1</sup>, Г. Л. Пермяков<sup>2</sup>, Д. Н. Трушников<sup>2</sup>

## МОДЕЛЬ ИСКРИВЛЕНИЯ СТЕНКИ НА ПОДЛОЖКЕ, НАРАЩИВАЕМОЙ ПРОВОЛОЧНО-ДУГОВОЙ НАПЛАВКОЙ, И ЕЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ АПРОБАЦИЯ ДЛЯ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, Россия

<sup>2</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь, Россия

**Аннотация.** Для исследования формирования остаточных напряжений и искажений изделий, создаваемых проволочно-дуговой наплавкой, университетом Крэнфилда выполнена наплавка на закрепленную подложку стенки из алюминиевого сплава, в том числе — с послышной обкаткой роликом с различным усилием прижима. В настоящей работе значения прогиба освобожденной конструкции из данного эксперимента воспроизведены численно, для чего построена математическая модель. Процесс представлялся в виде последовательно решаемых задач а) тепловой — наплавки 9-18 слоев материала, б) термоупругопластической — формирования собственных деформаций и остаточных напряжений вследствие остывания созданной конструкции с неоднородным распределением температуры во время паузы, в) термоупругопластической — обкатки роликом напряженной заготовки при повышенной температуре (этап может отсутствовать) и г) упругопластической — искажения конструкции и изменения поля остаточных напряжений при освобождении конструкции. Для учета собственных деформаций при послышной обкатке роликом и прогнозирования эволюции изгиба конструкции и распределения остаточных напряжений по ее высоте разработана балочно-стержневая модель механики наращиваемой стенки. Модель хорошо описывает величину продольного изгиба образца при наплавке, однако избыточно учитывает влияние обкатки роликом. При послышной, и даже однократной, обкатке роликом конструкция изгибается в противоположном направлении, тогда как в эксперименте она только выпрямляется.

**Ключевые слова:** аддитивное производство, проволочно-дуговая наплавка, послышная обкатка роликом, алюминиевый сплав, искажения, остаточные напряжения, эксперимент, расчет.

DOI: 10.37972/chgpu.2023.56.2.012

УДК: 539.374+621.791.927.55

---

© Салихова Н. К., Дудин Д. С., Келлер И. Э., Пермяков Г. Л., Трушников Д. Н., 2023

Салихова Нелли Камилевна

e-mail: snk021@mail.ru, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, Россия.

Поступила 20.11.2023

## 1. Введение

Аддитивное производство проволоочно-дуговой наплавкой позволяет создавать легкие, жесткие и прочные металлические конструкции сложной формы при значительной экономии материала. По видимому, первым прямым предшественником этого способа был способ электрической отливки металлов для восстановления деталей машин, разработанный в 1888 году помощником горного начальника Пермских пушечных заводов Н.Г. Славяновым, удостоенный золотой медали Всемирной выставки в Чикаго в 1893 году (экспонат — шестигранный «стакан», наплавленный из слоев колокольной бронзы, томпака, никеля, стали, чугуна, меди, нейзильбера и бронзы, находится в мемориальном доме-музее Н. Г. Славянова в Перми; другой стакан, изготовленный для демонстрации на IV Электрической выставке в Петербурге в 1892 г., хранится в музее истории и техники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого). Современные способы аддитивного производства проволоочно-дуговой наплавкой на основе эффективных технологий (плазменной, плазменно-дуговой с плавящимся электродом и холодным переносом металла), с послойной точечной обработкой давлением или термомеханической обработкой в последние десять лет разрабатываются рядом научных организаций [1–5]. Технологии аддитивного производства с послойной обработкой пневматическим ударным инструментом или обкаткой роликом позволяют формировать благоприятную микроструктуру и зависящие от нее характеристики прочности и пластичности материала, а также минимизировать неоднородность распределения остаточных напряжений и искажения возведенной конструкции.

С целью исследования закономерностей формирования напряженно-деформированного состояния конструкции, возводимой проволоочно-дуговой наплавкой с послойной точечной обработкой давлением авторы работ [6, 7] предложили рассматривать эталонную конструкцию, состоящую из стенки, наплавленных на подложку — плиту, закрепленную на жесткой горизонтальной поверхности. Ими были исследованы прогиб и распределение по высоте стенки главных компонент остаточных напряжений свободной конструкции для алюминиевого, титанового, никелевого сплавов и мягкой стали, наплавленных на подложку, с послойной обкаткой роликом и без нее. Обнаружено, что послойная точечная обработка давлением позволяет в несколько раз уменьшить искажение конструкции; при этом изменение распределения остаточных напряжений остается довольно замысловатым. В настоящей работе моделируются результаты экспериментального исследования искривления освобожденной от закрепления подложки, на которую проволокой из алюминий-магниевого сплава

---

*Дудин Дмитрий Сергеевич*

e-mail: dmitryovj@yandex.ru, инженер, Институт механики сплошных сред УрО РАН, научный сотрудник, г. Пермь, Россия

*Келлер Илья Эрнстович*

e-mail: kie@icmm.ru, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией, Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, Россия.

*Пермяков Глеб Львович*

e-mail: gleb.permyakov@yandex.ru, кандидат технических наук, научный сотрудник, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь, Россия.

*Трушников Дмитрий Николаевич*

e-mail: trdimitr@yandex.ru, доктор технических наук, профессор, проректор, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь, Россия.

АМг5 была наплавлена стенка, в том числе — с послойной обкаткой роликом с двумя величинами усилия на инструмент [7]. Для исследования закономерностей эволюции искажений конструкции и остаточных напряжений при наплавке стенки на подложку и роли в этой эволюции послойной обработки давлением в зависимости от усилия на инструмент была построена несвязанная численная модель, отдельно описывающая тепловые и механические процессы. Для учета специфики механики растущего тела рассмотрена упрощенная балочно-стержневая модель рассматриваемой конструкции, которая позволяет также учитывать послойную обработку давлением с использованием решения задачи для однократной обработки предварительно напряженной стенки. Представлены результаты расчета с использованием построенной модели выполненных в [7] экспериментов, позволяющие оценить приемлемость/неприемлемость несвязанной постановки задачи и гипотез упругой балочно-стержневой модели для описания возведения конечной стенки на подложке.

## 2. Данные эксперимента

На подложку — прямоугольную пластину  $310 \times 65 \times 6,5$  мм, изготовленную из алюминиевого сплава 6082 Т6, прикрепленную к горизонтальному столу автоматической установки гибридного аддитивного производства в восемь болтами, наплавлялась стенка, состоящая из девяти-восемнадцати слоев материала. Использовалась проволока ER2319 диаметром 1,2 мм и технология холодного переноса металла с наплавкой слоя по прямолинейной траектории. Слои длиной 250 мм наплавлялись со скоростью 10 мм/с поочередно в реверсивных направлениях с паузами между проходами наплавки 45 с, в течение которых образец охлаждался практически до комнатной температуры. После наплавки каждого слоя и выдержки верхняя поверхность образца обкатывалась широким цилиндрическим роликом диаметром 100 мм. В табл. 1 приведены геометрические размеры возведенной стенки для каждого значения усилия прижима инструмента при обкатке роликом. Как можно увидеть из этих данных, значения высоты возведенной стенки для всех четырех случаев были близки между собой (для этого и подбирались количества слоев в каждом случае), но ширина стенки за счет пластических деформаций материала при этом существенно различались, достигая 100%. Прогиб освобожденной конструкции на базе 200 мм, определенный согласно методике [6, 7], также приведен в табл. 1.

## 3. Балочно-стержневая модель наращиваемого образца

Для оценки прогиба наращиваемого линейного сегмента предлагается балочно-стержневая модель, в рамках которой последовательно решаются задачи упругого

Параметр	Обозначение	Без об- катки	Обкатка 14 кН	Обкатка 28 кН	Обкатка 42 кН
Количество слоев	$n$	9	10	14	18
Высота стенки, мм	$h$	24,3	23,5	23,3	24,0
Высота слоя, мм	$h_*$	2,70	2,35	1,66	1,33
Ширина стенки, мм	$b$	5,5	5,9	8,3	10,3
Прогиб, мм	$w$	1,75	0,60	0,27	0,27

Таблица 1. Размеры поперечного сечения возведенной стенки и прогиб конструкции

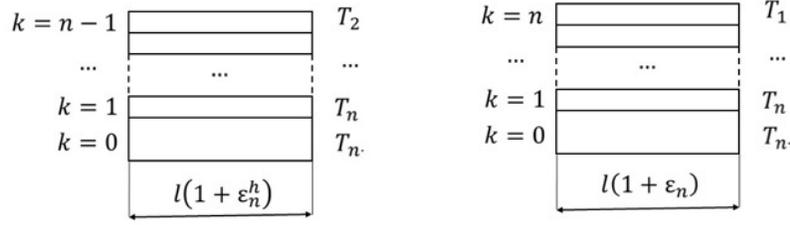


Рис. 1. Схемы пакетов стержней для первой и второй задач.

равновесия  $n$  наплавленных слоёв и подложки а) как стержней и б) как балок. Полагается, что после наплавки слоя профиль температуры сдвигается в сторону свободной границы на величину толщины слоя  $h$ . Профиль температуры описывается рядом  $T_i$ ,  $i = 1, \dots, n + 1$ , значения которого приписываются слоям. Далее индексы означают:  $i$  — номер значения в ряде температур, начиная от верхнего слоя  $i = 1$  до подложки  $i = n + 1$ ,  $k$  — номер слоя, начиная от подложки  $k = 0$  до верхнего слоя  $k = n$ . На первом этапе слои полагаются стержнями. Обозначим за

$$\epsilon_i^t = \alpha(T_i - T_{amb}) - \epsilon_i^p, \quad i = 1, \dots, n + 1 \quad (1)$$

эффективные температурные деформации стержня длиной  $l$ , где  $T_{amb}$  — температура окружающей среды, а  $\epsilon_i^p$  — пластические деформации, возникающие при охлаждении стержня. Пусть также  $\epsilon^p$  — пластические деформации за счет обработки давлением верхнего стержня, тогда деформация пакета стержней, включающего подложку и  $n$  наплавленных слоев, равна

$$\epsilon_n = \frac{F/f \epsilon_{n+1}^t + \sum_{j=1}^n \epsilon_j^t + \sum_{j=1}^n \epsilon_j^h + n \epsilon^p}{n + F/f}, \quad n \geq 1, \quad (2)$$

$$\epsilon_0^h = 0, \quad \epsilon_1^h = \epsilon_2^t, \quad \epsilon_1^h = \frac{F/f \epsilon_{n+1}^t + \sum_{j=2}^n \epsilon_j^t + \sum_{j=1}^{n-1} \epsilon_j^h + (n-1) \epsilon^p}{n-1 + F/f}, \quad n \geq 2, \quad (3)$$

где  $F$  и  $f$  — площади поперечного сечения подложки и слоя,  $\epsilon_k^h$ ,  $k = 0, \dots, n$  — температурные деформации стержней в пакете, состоящем из подложки и  $n - 1$  слоёв, вызванные температурами  $T_i$ ,  $i = 2, \dots, n + 1$ .

Деформацию  $\epsilon_n$  также можно получить как результат решения задачи равновесия пакета упругих стержней с собственными деформациями

$$\epsilon_{0,n}^{eig} = \epsilon_{n+1}^h, \quad \epsilon_{k,n}^{eig} = \epsilon_k^h + \epsilon_{n-k+1}^t + \epsilon^p, \quad k = 1, \dots, n, \quad (4)$$

где  $\epsilon_{0,n}^{eig}$  и  $\epsilon_{k,n}^{eig}$  — собственные деформации подложки и  $k$ -ого слоя после наплавки  $n$  слоёв. Пластические деформации  $\epsilon^p$  за счет послойной обработки давлением также учтены в (4).

Выражения (2),(3) были получены при последовательном решении двух задач (рис. 1) для каждого значения  $n \geq 1$ :

1. Вычисление деформаций  $\epsilon_n^h$  из системы уравнений  $\sum_{k=0}^{n-1} P_{k,n}^h = 0$ , где  $P_{0,n}^h = EF(\epsilon_n^h - \epsilon_{n+1}^t)$ ,  $P_{k,n}^h = Ef(\epsilon_n^h - (\epsilon_k^h + \epsilon_{n-k+1}^t + \epsilon^p))$ ,  $k = 1, \dots, n - 1$ .

2. Присоединение следующего слоя длины  $l(1 + \epsilon_n^h)$  с температурой  $T_1$  и охлаждение до температуры  $T_{amb}$ . Деформации пакета  $\epsilon_n$  определяются из системы уравнений

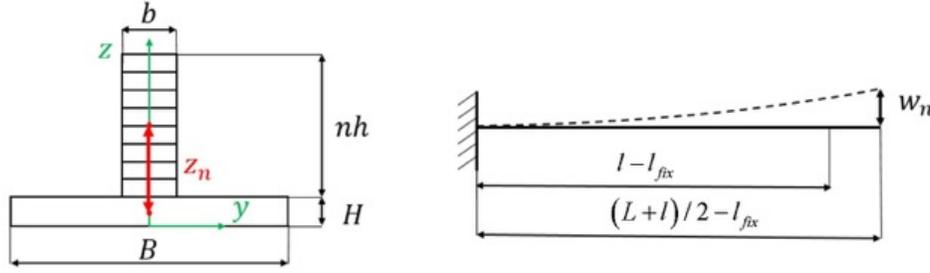


Рис. 2. Схема образца как пакета балок.

$\sum_{k=0}^n P_{k,n} = 0$ , where  $P_{0,n} = EF(\epsilon_n - \epsilon_{n+1}^t)$ ,  $P_{k,n} = Ef(\epsilon_n - (\epsilon_k^h + \epsilon_{n-k+1}^t + \epsilon^p))$ ,  $k = 1, \dots, n$ .

При  $n = 1$  на первом этапе из уравнений  $P_{0,1}^h = EF(\epsilon_1^h - \epsilon_2^t)$ ,  $P_{0,1}^h = 0$  находим  $\epsilon_1^h = \epsilon_2^t$ , на втором из уравнений  $P_{0,1}^h = EF(\epsilon_1 - \epsilon_2^t)$ ,  $P_{1,1} = Ef(\epsilon_1 - (\epsilon_1^h + \epsilon_1^t + \epsilon^p))$ ,  $P_{0,1} + P_{1,1} = 0$  находим  $\epsilon_1$ . Задачи для последующих  $n$  решаются с учётом результатов решения предыдущих, из которых определены значения  $\epsilon_k^h$ ,  $k = 1, \dots, n - 1$ .

Усилия в стержнях определяются выражениями

$$P_{0,n} = E \frac{\sum_{j=1}^n \epsilon_{j,n}^{eig} - n\epsilon_{0,n}^{eig}}{n/F + 1/f}, \quad P_{1,1} = E \frac{\epsilon_{0,1}^{eig} - \epsilon_{1,1}^{eig}}{1/F + 1/f}, \quad (5)$$

$$P_{k,n} = E \frac{\epsilon_{0,n}^{eig} - \epsilon_{k,n}^{eig} + f/F(\sum_{j=1}^n \epsilon_{j,n}^{eig} - n\epsilon_{k,n}^{eig})}{n/F + 1/f}, \quad (6)$$

следующими из решения системы  $P_{0,n} = EF(\epsilon_n - \epsilon_{0,n}^{eig})$ ,  $P_{1,n} = Ef(\epsilon_n - \epsilon_{1,n}^{eig})$ ,  $\dots$ ,  $P_{k,n} = Ef(\epsilon_n - \epsilon_{k,n}^{eig})$ ,  $k = 0, \dots, n$ ,  $\sum_{j=0}^n P_{j,n} = 0$ .

В частном случае, при охлаждении стенки, мгновенно появившейся с неоднородным полем температуры по высоте, выражения (2), (3) с  $\epsilon_{k,n}^h = 0$ ,  $k = 0, \dots, n$ ,  $\epsilon^p = 0$  примут вид

$$\epsilon_n = \frac{F/f\epsilon_{n+1}^t + \sum_{j=1}^n \epsilon_j^t}{n + F/f}, \quad n \geq 1, \quad \epsilon_{k,n}^{eig} = \epsilon_{n-k+1}^t, \quad 0 = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Этот случай переоценивает неоднородность распределения собственных деформаций по сравнению со случаем последовательного наращивания тела и не будет рассматриваться далее.

По известным продольным усилиям  $P_n^k$ ,  $k = 0, \dots, n$  определяются величины прогиба образца, который полагается балкой Бернулли-Эйлера. Выражение для стрелы прогиба  $w_n$  подложки с  $n$  слоями как балки имеет вид

$$w_n = \frac{(l - l_{fix})(L - l_{fix})}{2EJ_n} M_n, \quad (8)$$

$$J_n = \frac{b(nh)^3}{12} + bnh \left( \frac{H + nh}{2} - z_n \right)^2 + \frac{BH^3}{12} + BH z_n^2, \quad z_n = \frac{bnh(H + nh)}{2(BH + bnh)}, \quad (9)$$

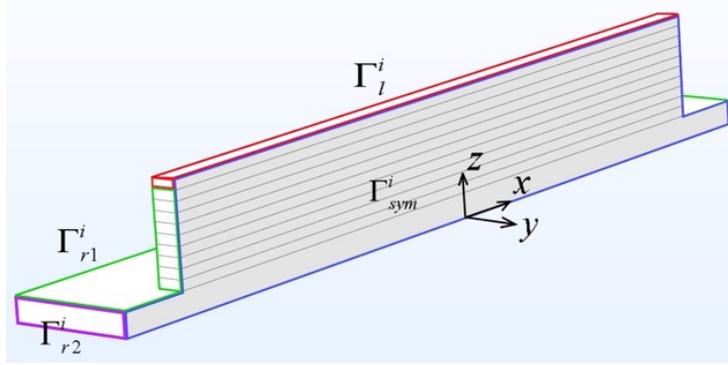


Рис. 3. Геометрическая модель образца.

$$M_n = \left( 2P_{0,n}z_n - h \sum_{j=1}^n (2k-1)P_{j,n} - (H-2z_n) \sum_{j=1}^n (2k-1)P_{j,n} \right) \quad (10)$$

где  $M_n$  и  $J_n$  — изгибающий момент и момент инерции поперечного сечения,  $z_n$  — расстояние от центра масс подложки до центра масс  $n$  наплавленных слоев,  $l_{fix}$  — расстояние от левого торца стенки до места закрепления (рис. 2).

Для более корректной оценки прогиба образца и распределения остаточных напряжений по высоте стенки необходимо учитывать неупругие деформации и неоднородность распределения напряжений и деформаций по длине образца. Наиболее близкие теоретические работы [8–12] по механике поверхностно наращиваемого тела также требуют адаптации к рассматриваемой здесь задаче. Для исследования особенностей задачи наращивания стенки на подложку, простейшей с точки зрения эксперимента, далее эта задача решается численно. В качестве интегрального показателя соответствия расчета эксперименту будет рассматриваться прогиб конструкции. Распределение остаточных напряжений будет анализироваться в другой работе.

#### 4. Моделирование наплавки стенки на подложку

Для моделирования тепловых процессов при многослойной проволочно-дуговой наплавке реализован следующий алгоритм. По мере наплавки очередного слоя постепенно активизируются области геометрической модели стенки (рис. 3). Для этого коэффициент теплопроводности материала стенки, в начале процесса тождественно равный нулю, принимает ненулевое значение для объемов, через которые прошёл или в которых находится источник теплоты. Последний локализован в объеме  $\Omega_*^i(t)$  прямоугольного параллелепипеда с размерами  $l_* \times b/2 \times h$  мм вдоль декартовых координат  $x \times y \times z$ , движущегося со скоростью  $v_x = 10$  мм/с вдоль наплавляемого слоя. При наплавке  $i$ -го слоя в этом слое коэффициент теплопроводности равен

$$\lambda(\mathbf{x}, t) \equiv \lambda, \quad \mathbf{x} \in \Omega_i^i \cap \{-(l+l_*)/2 + v_x t \leq x \leq -(l-l_*)/2 + v_x t\}, \quad (11)$$

где  $\mathbf{x}$  — радиус-вектор точки,  $\Omega_i^i$  — геометрическая область, соответствующая  $i$ -ому слою, а  $t$  — время, отсчитываемое с начала наплавки этого слоя.

В области источника теплоты в  $i$ -ом наплавляемом слое его удельная мощность задаётся выражением

$$q_i(\mathbf{x}, t) \equiv q(T(\mathbf{x}, t)), \quad \mathbf{x} \in \Omega_*^i(t) \quad (12)$$

где  $T$  — абсолютная температура,

$$q(T) = \frac{1}{2} \left( 1 - \left( \frac{T - \mu_T}{\sqrt{2\sigma_T^2}} \right) \right) q_*, \quad (13)$$

а величина  $q_*$  подбирается так, чтобы максимальное значение температуры расплава в объеме  $\Omega_*^i(t)$  равнялась температуре солидуса  $T_{sol}$ . Таким образом, задача наплавки слоя сводится к задаче нагрева слоя движущимся источником при соответствующем изменении со временем профиля коэффициента теплопроводности вдоль слоя.

Задача теплопроводности численно реализована в пакете Comsol Multiphysics с применением неявной схемы интегрирования с шагом по времени 0,1 с. Расчётная область разбита равномерной сеткой тетраэдральных квадратичных конечных элементов. В результате исследования сходимости результатов расчёта по размеру конечных элементов выбрана дискретизация подложки конечными элементами размером 3,6-20 мм, стенки — 1,5-2 мм. Для материала стенки взяты тепловые константы алюминиевого сплава АМг5, для пластины подложки — алюминиевого сплава, использованного в [7]. Для краткости записи уравнений используются одинаковые обозначения плотности массы  $\rho$ , коэффициента теплопроводности  $\lambda$  и удельной теплоёмкости  $c_p$  для обоих материалов, но имея в виду их различие в областях расчётной области. Численно рассчитывались результаты наплавки 9, 10 и 18-слойных стенок из табл. 2, в качестве размеров которых взяты значения, соответствующие пластически деформированной конфигурации, приведенные в этой таблице. Поле температур, возникающее при наплавке  $i$ -го слоя, находилось при решении нестационарной задачи теплопроводности

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_l \nabla T) + q_i, \quad \mathbf{x} \in \Omega_l^i, \quad (14)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T), \quad \mathbf{x} \in \Omega_r^i, \quad (15)$$

где  $\nabla$  — оператор Гамильтона,  $q_i$  — удельная мощность источника тепла для  $i$ -го наплавляемого слоя, данная (11)-(13),  $\Omega_r^i$  — внешняя область тела при наплавке  $i$ -го слоя, с граничными и начальными условиями

$$-\lambda_l \mathbf{n} \cdot \nabla T = \epsilon_T \sigma_{SB} (T^4 - T_0^4) + k(T - T_0), \quad \mathbf{x} \in \Gamma_l^i, \quad (16)$$

$$-\lambda \mathbf{n} \cdot \nabla T = \epsilon_T \sigma_{SB} (T^4 - T_0^4) + k(T - T_0), \quad \mathbf{x} \in \Gamma_{r1}^i, \quad (17)$$

$$\lambda_l \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma_{r2}^i \cup \Gamma_{sym}^i, \quad (18)$$

$$T(t=0) \equiv T_{rel}^i, \quad \mathbf{x} \in \Omega_i, \quad (19)$$

где  $\mathbf{n}$  — вектор внешней нормали к границе,  $\Gamma_l^i$  — поверхность  $i$ -го наплавляемого слоя,  $\Gamma_r^i$  — поверхность, соответствующая внешней области тела при наплавке  $i$ -го слоя,  $\Omega^i = \Omega_l^i \cup \Omega_r^i$ ,  $T_{rel}^i$  — однородное распределение температуры после наплавки  $(i-1)$ -го слоя и выдержки. Граничные условия (16), (17) есть условия радиационного и конвективного теплообмена с окружающей средой, (18) — условие тепловой изоляции для  $\Gamma_{r2}^i$  и условие симметрии для  $\Gamma_{sym}^i$ . На границе областей  $\Omega_l^i$  и  $\Omega_r^i$  обеспечивается условие непрерывности по температуре. Остальные обозначения в (14)-(19) и значения соответствующих физических констант и параметров модели теплопроводности приведены в табл. 2.

После наплавки очередного слоя решается нестационарная задача теплопроводности для описания релаксации образовавшегося поля температуры

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T), \quad \mathbf{x} \in \Omega^i, \quad (20)$$

$$-\lambda \mathbf{n} \cdot \nabla T = \epsilon_T \sigma_{SB} (T^4 - T_{amb}^4) + k(T - T_{amb}), \quad \mathbf{x} \in \Gamma_1^i, \quad (21)$$

$$\lambda_l \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma_2^i \cup \Gamma_{sym}^i, \quad (22)$$

$$T(t = 0) = T_{cld}^i, \quad \mathbf{x} \in \Omega^i, \quad (23)$$

в течение  $\tau = 45$  с, за которое температурное поле становится практически равномерным, где  $T_{cld}^i$  — распределение температуры в образце сразу после наплавки слоя. Получившееся распределение температуры передаётся в качестве начального условия для решения задачи теплопроводности при наплавке следующего слоя. Задачи (14)-(19) и (20)-(23) решаются последовательно для каждого слоя с учётом изменения начальных условий при добавлении нового слоя.

Эволюция распределения температуры в различные моменты времени при наплавке 10-го слоя показана на рис. 4 и рис. 5 (б). На рис. 5, а приведены распределения температуры по высоте стенки вдоль линии пересечения плоскостей симметрии образца в зависимости от количества наплавленных слоев. Последний позволяет принять гипотезу, что, начиная приблизительно с 5-го слоя, распределение температуры вдоль оси  $z$  практически становится стационарным в системе координат, связанной с границей наплавленного слоя. При этом данное распределение оказывается более расплывчатым по сравнению с аналогичным профилем для аустенитной нержавеющей

Константа	Обозначение	Размерность	Значение
Температура солидуса АМг5	$T_{sol}$	К	823
Температура окружающей среды	$T_{amb}$	К	293
Удельная теплоемкость АМг5	$c_p$	Дж/кг/К	922
Удельная теплоемкость пластины из алюминиевого сплава АlMgSi	$c_p$	Дж/кг/К	892
Плотность массы АМг5	$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	2640
Плотность массы пластины из сплава АlMgSi	$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	2700
Коэффициент теплопроводности АМг5	$\lambda$	Вт/м/К	122
Коэффициент теплопроводности пластины из алюминиевого сплава АlMgSi	$\lambda$	Вт/м/К	177
Коэффициент теплового излучения	$\epsilon_T$	кг/м <sup>3</sup>	0,33
Коэффициент теплопередачи	$k$	Вт/м <sup>2</sup> /К <sup>2</sup>	15
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma_{SB}$	Вт/м <sup>2</sup> /К <sup>2</sup>	$5,67 \cdot 10^{-8}$
Удельная мощность источника	$q_*$	Вт/м <sup>3</sup>	$8 \cdot 10^9$
Продольный размер ванны расплава	$l_*$	мм	
9-слойная стенка			6,5
10-слойная стенка			7,0
18-слойная стенка			12,0
Коэффициент регулятора	$\mu_T$	К	823
Коэффициент регулятора	$\sigma_T$	К	20

Таблица 2. Константы модели теплопроводности

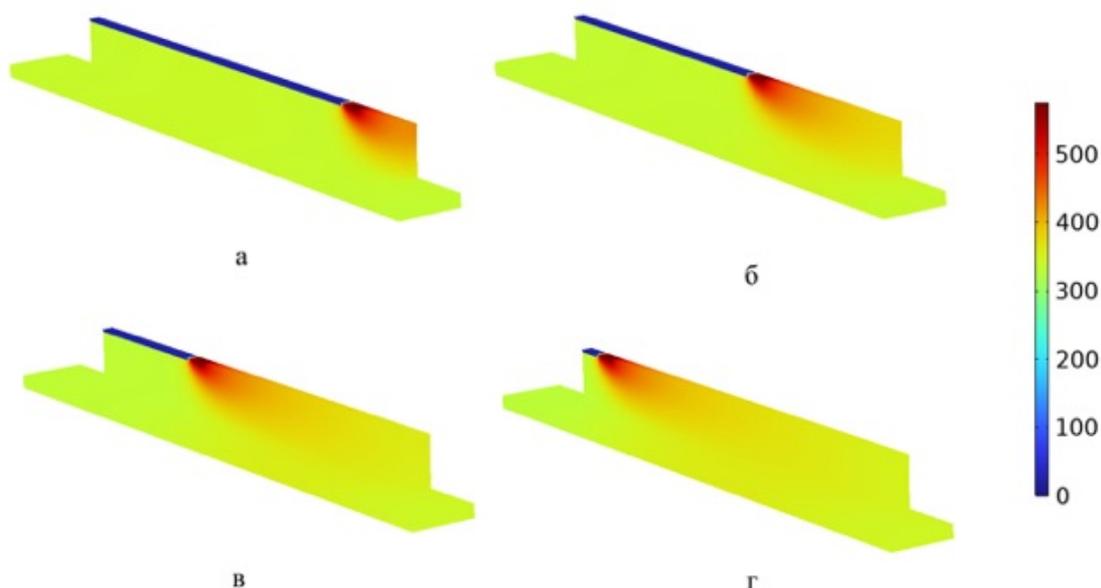


Рис. 4. Эволюция распределения температуры в различные моменты времени при наплавке 18-го слоя.

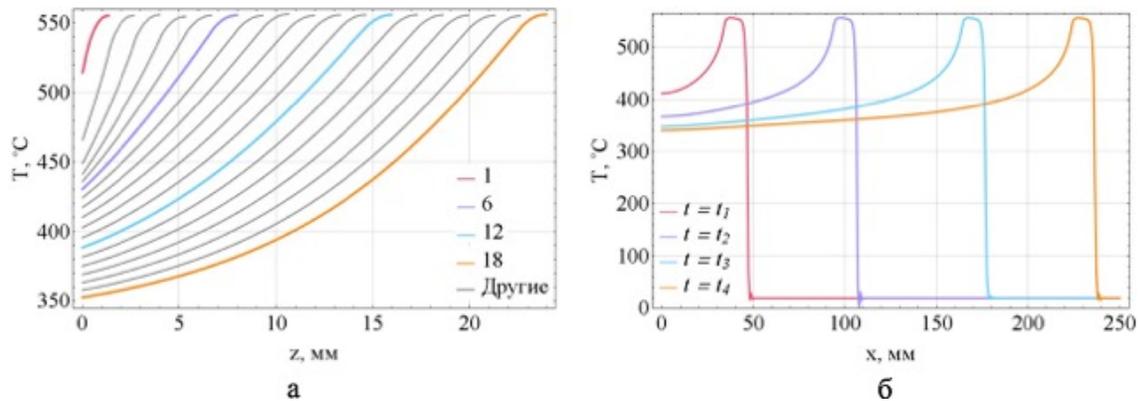


Рис. 5. Профили температуры: а) вдоль высоты стенки, б) вдоль длины стенки при наплавке последнего слоя.

стали [13] вследствие значительно более высокой теплопроводности рассматриваемого алюминиевого сплава.

### 5. Напряженно-деформированное состояние образца после выдержки

Для описания формирования остаточных напряжений и собственных деформаций в стенке на подложке во время выдержки в пакете программ COMSOL Multiphysics была численно реализована модель термоупругопластического поведения образца. Была

использована стандартная модель больших пластических и малых упругих деформаций металлов в терминах текущего лагранжева подхода в скоростях. В модели принята аддитивность упругих, температурных и пластических тензоров деформаций скорости, при этом упругий тензор связывается линейно с производной Яуманна тензора напряжений Кирхгоффа, а пластический тензор  $\dot{\epsilon}_{ij}^p$  с тензором напряжений Коши  $\sigma_{ij}$  — законом пластического течения, ассоциированным с критерием текучести Мизеса

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \phi = \frac{\sigma_M^2}{\sigma_u^2} - 1 = 0, \quad (24)$$

где  $\sigma_M = \sqrt{3s_{ij}s_{ij}/2}$  — интенсивность напряжений,  $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk}/3\delta_{ij}$  — компоненты девиатора напряжений, а  $\sigma_u$  — предел текучести при одноосном растяжении, для которого принят закон изотропного упрочнения Джонсона — Кука в форме

$$\sigma_u = \left( A \left( 1 + C \ln \frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_*} \right) + B \left( 1 + D \ln \frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_*} \right) \epsilon_p^{n+\alpha\dot{\epsilon}_p} \right) k_u(T) \quad (25)$$

где  $\epsilon_p = \int_0^t \dot{\epsilon}_p dt$  — накопленные пластические деформации,  $\dot{\epsilon}_p = \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p}/3$  — интенсивность скоростей пластических деформаций,  $\dot{\epsilon}_* = 1 \text{ s}^{-1}$  — размерный параметр.

В модели были приняты значения констант закона деформационного упрочнения (25) для алюминиевого сплава АМг5 [14], который слабо отличается от алюминиевого сплава, использованного в экспериментах [1], [7]. Зависимости температурного разупрочнения  $\sigma_u(T) = \sigma_0 k_\sigma(T)$  в (25) и модуля Юнга от температуры  $E(T) = E_0 k_E(T)$  были взяты в [15]. Соответствующие материальные константы и функции приведены в табл. 3.

После релаксации в течение  $\tau = 45 \text{ с}$  распределение температуры  $T(x, y, z) = T_{cld}^i(x, y, z)$  в образце сразу после наплавки слоя становится практически однородным  $T(x, y, z) \equiv T_{rel}^i$  (рис.7, а) и, таким образом, создает неоднородное поле собственных деформаций

$$\epsilon_{ij}^{eig} = \alpha(T_{cld}^i(x, y, z) - T_{rel}^i)\delta_{ij}. \quad (26)$$

Решается термоупругопластическая задача формирования распределения остаточных напряжений и пластических деформаций в конструкции, вызванных собственными тепловыми деформациями. На рис. 6 показаны распределения  $x$ -компоненты пластических деформаций, а на рис. 7 а) – в) и рис. 8, а) – в) — распределения накопленных пластических деформаций и  $x$ -компоненты остаточных напряжений после наплавки 9-, 10- и 18-слойной стенки с размерами, приведенными в табл. 2, на подложку и 45-секундной релаксации температурного поля во время технологической выдержки. Вблизи верхней кромки стенки образуется локализованная область сжимающих пластических деформаций и сравнительно более распределенная область растягивающих остаточных напряжений. Следует обратить внимание на то, что максимальные продольные пластические деформации 0,5% практически совпадают с максимальными величинами накопленных пластических деформаций, а также на то, что пластическое течение практически не затронуло отрезки вблизи концов стенки суммарной длиной около 20% вследствие того, что инструмент не стали к ним приближать для стабильности процесса. Следует также отметить уменьшение максимальных напряжений и деформаций на верхней кромке стенки примерно на 20% в 18-слойной стенке по сравнению с 9-слойной из-за практически двукратного увеличения ширины стенки.

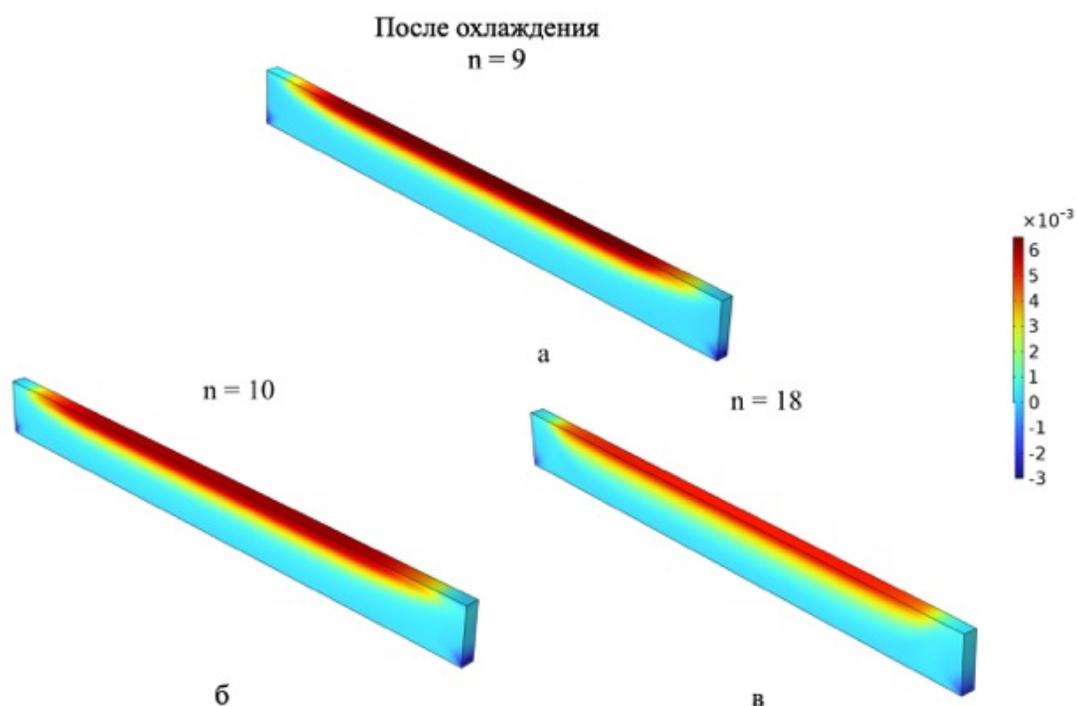


Рис. 6. Пластические продольные деформации после охлаждения заготовки.

## 6. Моделирование обкатки роликом

Для описания обкатки широким цилиндрическим роликом [7] стенки в пакете программ LS-DYNA была реализована термоупругопластическая модель материала, описанная в разделе 5 и соответствующая стандартному материалу MAT\_098 [16]. На рис. 7 (г, д) и рис. 8 (г, д) приведены поля накопленных пластических деформаций и  $x$ -компоненты остаточных напряжений после однократной обкатки роликом 10- и 18-слойной стенок с учетом их предварительного напряженно-деформированного и упрочненного состояния после наплавки и 45-секундной релаксации температурного

Константа	Обозначение	Размерность	Значение
Постоянные закона упрочнения [14]	$A$	МПа	124
	$C$	–	0,056
	$B$	МПа	540
	$n$	–	0,55
Модуль Юнга при 20°C	$E_0$	ГПа	71
Коэффициент Пуассона	$\nu$	–	0,3
Плотность материала	$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	2640
Коэффициент линейного температурного расширения материала	$\alpha$	С <sup>-1</sup>	$25 \cdot 10^{-6}$
Температура окружающей среды	$T_{amb}$	К	293

Таблица 3. Константы модели термоупругопластичности для АМг5

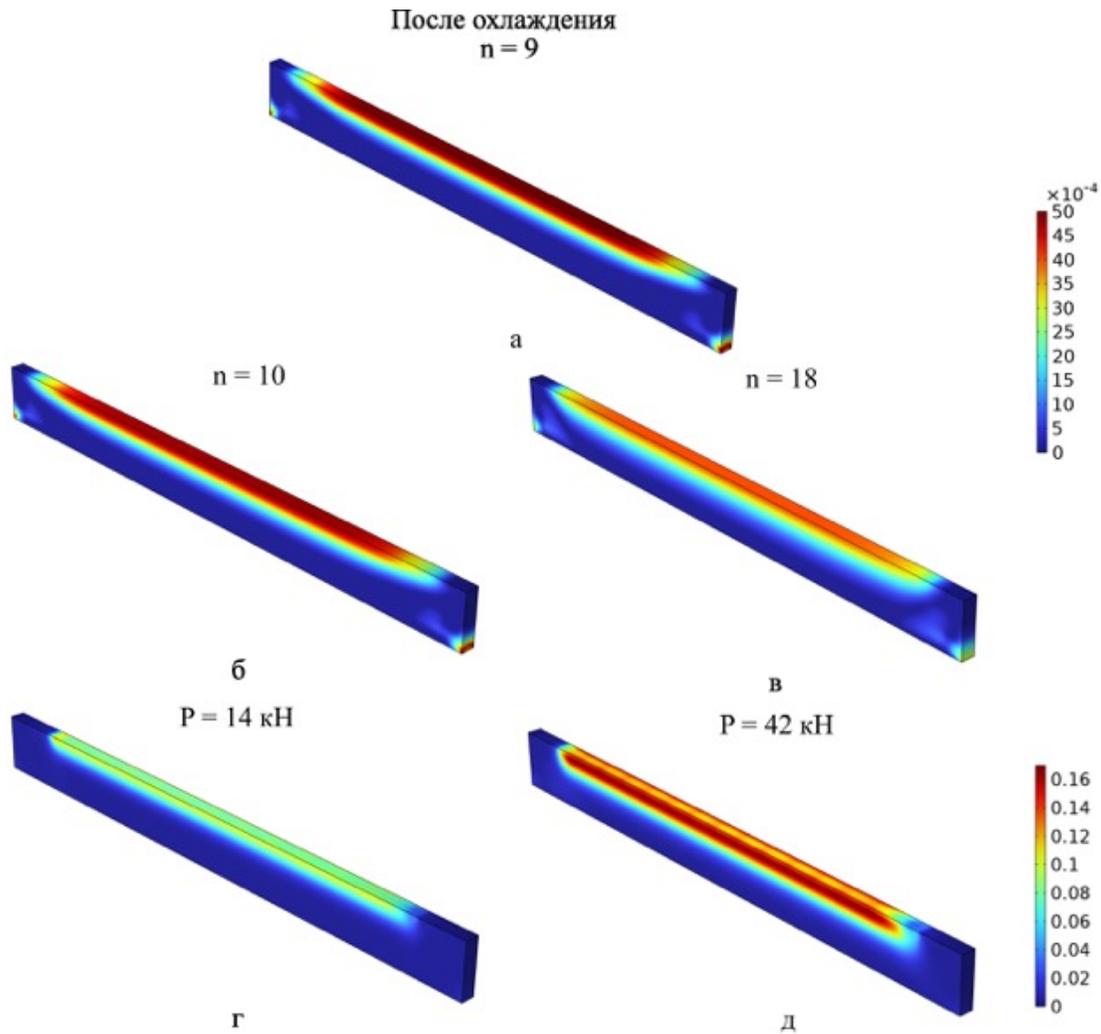


Рис. 7. Накопленные пластические деформации (а – в) после охлаждения заготовки, (г, д) после охлаждения и обкатки роликом.

поля. Эти поля были импортированы из предыдущего этапа решения задачи в пакете программ COMSOL Multiphysics. Однократная обкатка роликом ведет к развитию растягивающей продольной пластической деформации, неоднородно распределенной по высоте стенки. В результате сжимающие собственные деформации, локализованные вблизи этой поверхности, уступают место растягивающим, уменьшая источник продольного изгиба конструкции при ее освобождении рис. 9. Известно, что в точечных схемах обработки давлением линейного сегмента поперечные деформации по меньшей мере на порядок превышают продольные, а обработка образца без начальных напряжений может вызвать сжимающую или растягивающую продольную пластическую деформацию вблизи поверхности [17,18]. В рассматриваемом случае можно убедиться в аналогичных порядках вклада поперечных компонент пластических деформаций вследствие однократной обкатки стенки роликом, сравнивая максимальные

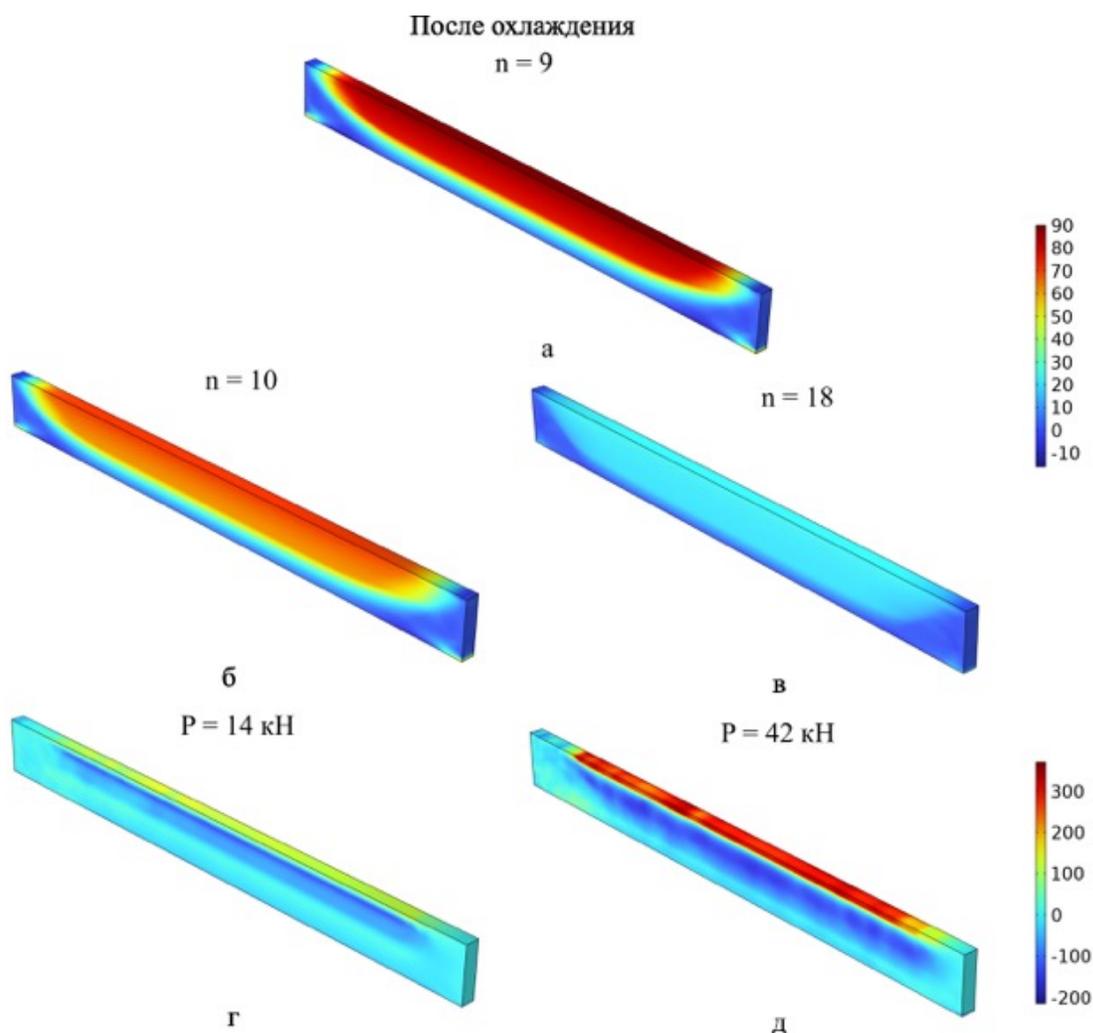


Рис. 8. Продольные напряжения (а – в) после охлаждения заготовки, (г, д) после охлаждения и обкатки роликом.

значения на графиках (а – в) и (г, д) рис. 7. Распределения продольных пластических деформаций  $\epsilon_x^{p,rolling}$ , приведенные на рис. 9, имеют замысловатый вид, отличающийся от аналогичных распределений, наведенных проковкой [13, 17]. Вблизи поверхности, до глубины 2 мм, продольная компонента исчезает либо имеет сжимающий характер, но на глубине 5-15 мм она становится растягивающей. Максимальные значения растягивающих продольных деформаций после однократной обкатки роликом приведены в табл. 4. Вызванные этими собственными деформациями распределения продольных остаточных напряжений по высоте стенки дважды меняют свой знак, переходя от растягивающих к сжимающим, и наоборот, что отличается от монотонного изменения этих напряжений по высоте в образцах, наплавленных без проковки, рис. 8. Эту качественную особенность можно подтвердить экспериментально — способом, предложенным в [18].

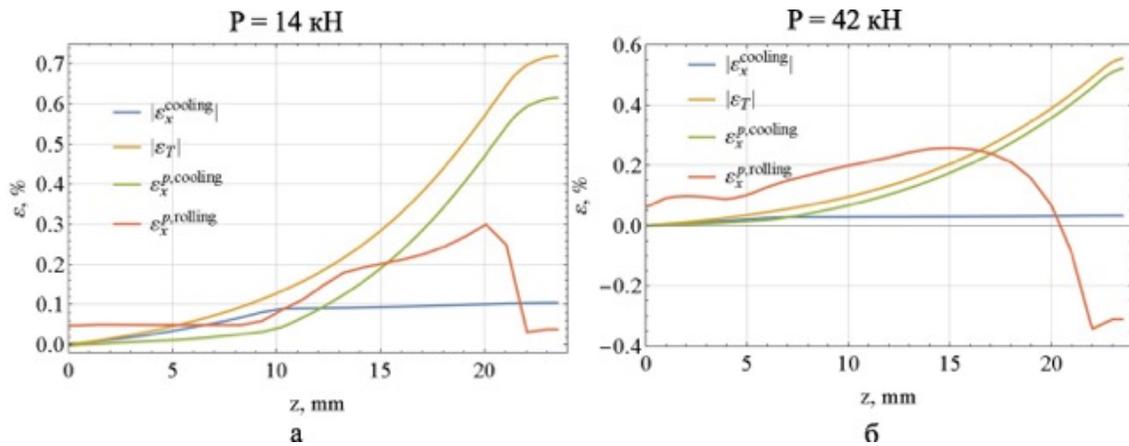


Рис. 9. Профили составляющих продольных деформаций по высоте стенки:  $\epsilon_T$  — температурные (26),  $\epsilon_x^{p,cooling}$  — пластические при охлаждении,  $\epsilon_x^{cooling} = \epsilon_T - \epsilon_x^{p,cooling}$  — эффективные температурные (1),  $\epsilon_x^{p,rolling}$  — пластические при обкатке после охлаждения.

## 7. Расчет искажений освобожденного образца

Прогиб конструкции, освобожденной от закрепления, при комнатной температуре, был рассчитан численно в пакете COMSOL Multiphysics в упруго-пластической постановке, приведенной в разделе 5. На рис. 10 показаны поле продольной компоненты напряжений и продольный изгиб освобожденной конструкции после наплавки 9,10 и 18 слоев и охлаждения до комнатной температуры (а – в) и дополнительного этапа однократной обкатки роликом двух последних образцов. Образец жестко закреплялся на площадке справа, которую можно увидеть на рис. 10, размер которой  $l_{fix}$  дан в табл. 5. В табл. 4 сведены экспериментальные и численные значения прогибов. Можно заметить, что вычисленное значение прогиба образца без проковки на 29% превышает экспериментальное. Однако при однократной обкатке роликом вычисленные значения прогиба образцов в обоих случаях имеют противоположный знак по сравнению с экспериментальными значениями. То есть, согласно модели, воздействие обкаткой роликом оказалось избыточным.

На рис. 11 показаны результаты расчета прогиба освобожденного образца в зависимости от количества нанесенных слоев в соответствии с балочно-стержневой моделью.

Переменная, задача, модель	Единица	9 слоев, без обкатки	10 слоев, обкатка 14 кН	18 слоев, обкатка 42 кН
$w$ , эксперимент	мм	1,75	0,60	0,27
$w$ , без обкатки, 3D-модель	мм	2,25	1,94	0,82
$w$ , без обкатки, балочная модель	мм	1,77	1,60	1,72
$w$ , обкатка верхнего слоя, 3D-модель	мм	–	-0,74	-1,86
$w$ , послойная обкатка, балочная модель	мм	–	-3,0	-2,8
$\epsilon^p$ , 3D-модель	%	–	0,30	0,25
$\epsilon^p$ , балочная модель, подгонка	%	–	0,065	0,080

Таблица 4. Результаты расчетов

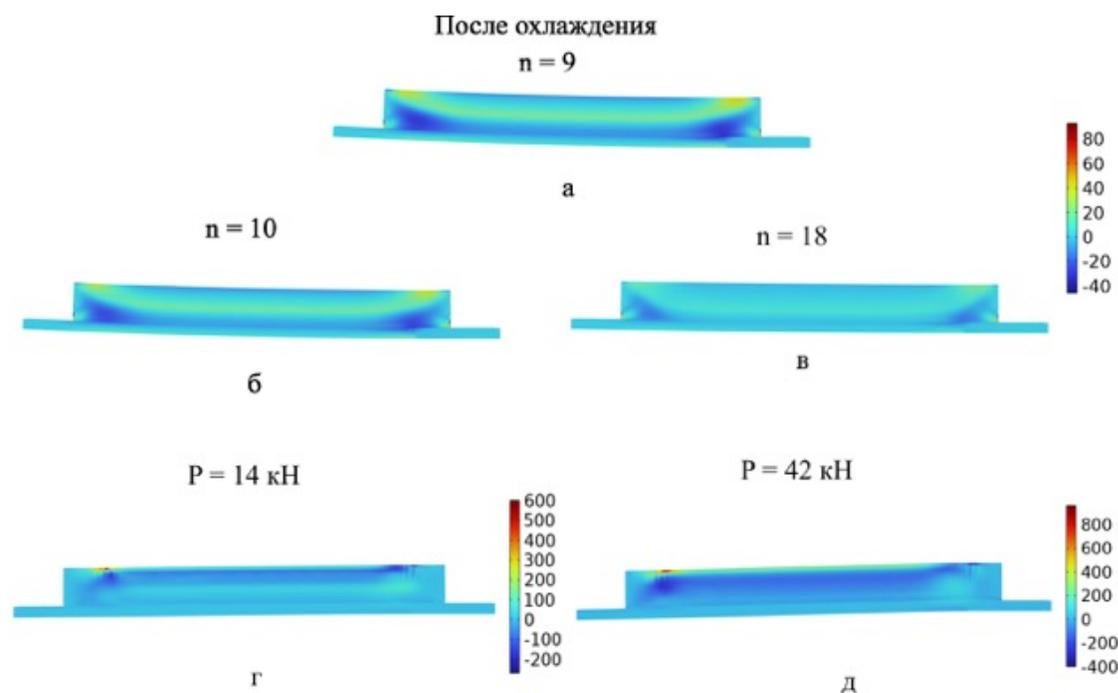


Рис. 10. Продольные напряжения после освобождения образца (а – в) после охлаждения, (г, д) после охлаждения и однократной обкатки роликом.

Были использованы данные табл. 5. Поскольку пластические деформации, вызванные однократной проковкой стенки, не сосредотачиваются ни в верхнем слое, ни в нескольких примыкающих к верхней границе слоях (рис. 9), а распределены замысловатым образом, формулы раздела 3 были изменены соответствующим образом. Результаты, представленные на рис. 11 соответствовали случаю, когда пластические деформации, вызванные однократной проковкой стенки, сосредоточены во втором слое, считая от верхнего, а их амплитуды (табл. 4) соответствовали максимальной растягивающей деформации на рис. 9. Прогибы освобожденной конструкции, рассчитанные согласно балочно-стержневой модели (табл. 4) оказались того же знака, как и определенные по численной модели, но еще большего (в 1,5-4 раза) значения. Экспериментальных значений прогибов можно добиться, если уменьшить амплитуды пластических деформаций  $\epsilon^p$  до значений, приведенных в табл. 4.

Зависимости на рис. 11 позволяют понять, как изменяется прогиб и средняя продольная деформация образца с учетом и без учета пластических деформаций послойной обкатки в зависимости от количества наплавленных слоев, а также распределение собственных напряжений по высоте стенки на подложке. Заслуживает внимания немонотонность зависимости прогиба образца от количества наплавленных слоев, которая достигает максимума при наплавке 4-6 слоев. Разрыв на кривых распределения собственных деформаций с учетом и без учета пластических деформаций послойной обкатки связан с П-образной формой профиля температурных деформаций, которая принята из соображений простоты. Следует отметить, что эта особенность не проявляется на зависимости для прогиба образца. На рис. 11 также приведены результаты

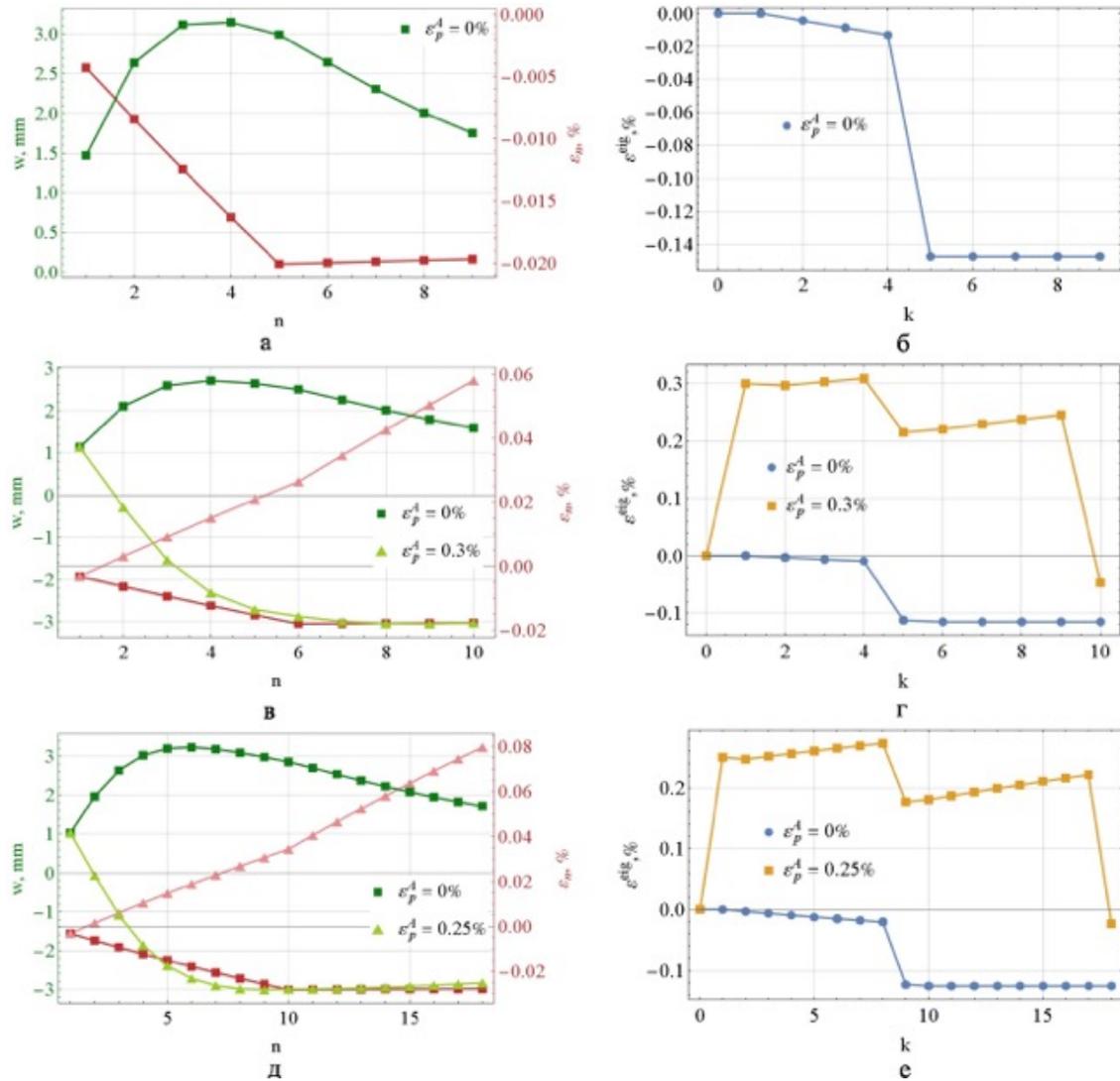


Рис. 11. Прогиб и продольная деформация пакета в зависимости от числа наплавленных слоев (а, в, д) и распределение собственных деформаций с учетом и без учета пластических деформаций послойной обкатки роликом (б, г, е).

численного расчета всех значений в пакете COMSOL Multiphysics в упругой постановке, которые позволяют оценить точность балочно-стержневой модели рассматриваемой конструкции.

## 8. Заключение

Для анализа искажений металлической конструкции, возведенной аддитивным производством с послойной обработкой давлением, и распределения в ней остаточных напряжений, предпринято численное воспроизведение результатов экспериментов с образцами в виде стенки, наплавленной на закрепленную подложку [6, 7]. Построена и верифицирована численная модель процесса, включающего ряд несвязанных

задач: наплавки стенки и частичного остывания образца (тепловая задача), изменения напряжений и деформаций в образце при его остывании, изменения напряжений и деформаций в образце при обкатке верхней кромки стенки роликом (термоупругопластические задачи) и освобождении его от закреплений (упругопластическая задача). Модель предполагается использовать для выбора рациональных параметров технологического процесса, в особенности — времени релаксации после наплавки слоя и интенсивности послышной обработки давлением, для минимизации искажения конструкции и неоднородности распределения остаточных напряжений. Результаты расчета прогибов конструкции, возведенной без учета обкатки роликом, удовлетворительно согласуются с экспериментом. Однако моделирование однократной обкатки роликом вызывает избыточные растягивающие пластические деформации, искривляющие образец в обратную сторону, тогда как в эксперименте такие воздействия просто исправляли кривизну образца. Вероятно, при послышной обработке давлением градиент пластических деформаций по высоте стенки не является настолько большим, как при однократной обкатке всей стенки, но необходимость учета связанности существенно усложняет задачу.

В работе предложена и верифицирована упругая балочно-стержневая модель, позволяющая оценивать изменение ряда характеристик образца в зависимости от количества наплавленных слоев с учетом пластических деформаций послышной обработки и особенностей механики наращиваемого тела. Для образца в виде стенки на подложке исследуются прогиб, средняя продольная деформация и распределения собственных деформаций и остаточных напряжений по высоте стенки.

Постоянная	Обозначение	Размерность	Слоев, $n$	Значение
Модуль упругости	$E$	ГПа	—	71
Ширина подложки	$B$	мм	—	65
Толщина подложки	$H$	мм	—	6,35
Длина подложки	$L$	мм	—	310
Ширина слоя	$b$	мм	9	5,5
			10	5,9
			18	10,3
Толщина слоя	$h$	мм	9	2,7
			10	2,35
			18	1,33
Длина слоя	$l$	мм	150	250
Расстояние от точки закрепления до конца стенки	$l_{fix}$	мм	—	25
Температурные деформации	$\epsilon_i^t, i = 1...m$ $m = 5$ $m = 6$ $m = 10$	%	9	-0,13
			10	-0,1
			18	-0,1
Температурные деформации	$\epsilon_i^t, i > m$	%	—	0
Пластические деформации обкатки	$\epsilon_p^A$	%	9	0
			10	0,3
			18	0,25

Таблица 5. Константы балочно-стержневой модели

**ЛИТЕРАТУРА**

- [1] The Strengthening Effect of Inter-Layer Cold Working and Post-Deposition Heat Treatment on the Additively Manufactured Al-6.3Cu Alloy / J. Gu, J. Ding, S. Williams et al. // *Materials Science and Engineering A*. 2016. no. 651. P. 18–26.
- [2] Karunakaran K., Kapil S., Negi S. Multi-Station Multi-Axis Hybrid Layered Manufacturing System // Indian Patent no. 201821038516. 2018.
- [3] Formation of Structure and Properties of Two-Phase Ti-6Al-4V Alloy during Cold Metal Transfer Additive Deposition with Interpass Forging / Y. Shchitsyn, M. Kartashev, E. Krivososova et al. // *Materials*. 2021. no. 16 (14). p. art. 4415.
- [4] Improving VT6 Titanium-Alloy Components Produced by Multilayer Surfacing / D. Trushnikov, M. Kartashev, T. Olshanskaya et al. // *Russian Engineering Research*. 2021. no. 9 (41). P. 848–850.
- [5] Гибридные технологии и оборудование аддитивного синтеза изделий / А.В. Киричек, О.Н. Федонин, А.В. Хандожко [и др.] // *Научные технологии в машиностроении*. 2022. № 9. С. 31–38.
- [6] Study of Residual Stress and Microstructural Evolution in As-Deposited and Inter-Pass Rolled Wire Plus Arc Additively Manufactured Inconel 718 Alloy after Ageing Treatment / J. Hoennige, C. E. Seow, S. Ganguly et al. // *Material Science and Engineering A*. 2021. no. 801. p. art. 140368.
- [7] Control of residual stress and distortion in aluminium wire + arc additive manufacture with rolling / J. Hoennige, P. Colegrove, S. Ganguly et al. // *Additive Manufacturing*. 2018. no. 22. P. 775–783.
- [8] Манжиров А.В. Общая безынерционная начально-краевая задача для кусочно-непрерывного наращиваемого вязкоупругого стареющего тела // *Прикладная математика и механика*. 1995. № 59 (5). С. 836–848.
- [9] Yavari A. A Geometric Theory of Growth Mechanics // *Journal of Nonlinear Sciences*. 2010. no. 20. p. 781–830.
- [10] Transient Temperature Fields in Growing Bodies Subject to Discrete and Continuous Growth Regimes / S. Lychev, A. Manzhurov, M. Shatalov et al. // *Procedia IUTAM*. 2017. no. 23. p. 120–129.
- [11] Лычев С.А., Фекри М. Остаточные напряжения в термоупругом цилиндре, возникающие в результате послойной наплавки // *Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия*. 2020. № 26 (3). с. 63–90.
- [12] Lychev S., Koifman K., Djuzhev N. Incompatible Deformations in Additively Fabricated Solids: Discrete and Continuous Approaches // *Symmetry*. 2021. no. 13 (2331).
- [13] Modeling residual stresses and distortions of the wall on a substrate built by wire-arc additive manufacturing / D. Dudin, I. Keller, G. Permyakov et al. // *Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics*. 2024. no. 1. P. 1–16.
- [14] Характеристики прочности и пластичности ряда металлических сплавов и нержавеющей сталей, созданных проволоочно-дуговой наплавкой, в широком диапазоне скоростей деформаций / Ю.В. Баяндин, Д.С. Дудин, А.В. Ильиных [и др.] // *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2023. № 1. С. 33–45.
- [15] EN 1999-1-2 Eurocode 9: Design of aluminium structures. Part 1-2: Structural fire design. CEN. 2023. 61 p.
- [16] LS-DYNA® Keyword User’s Manual. Volume II. Material Models. Ver. R13. Livermore Software Technology Corporation. 2021. 1993 p.
- [17] Искажение формы, локализация пластической деформации и распределение остаточных напряжений при односторонней проковке/обкатке бруса. Применение результатов к аддитивному производству шпангоута с послойной обработкой давлением / И.Э. Келлер, А.В. Казанцев, Д.С. Дудин [и др.] // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2021. № 4. С. 434–443.
- [18] Способ определения остаточных напряжений в ребре на жестком основании / И.Э. Келлер, Д.С. Петухов, Д.С. Дудин [и др.] // *Патент на изобретение N 27977712018*. 2023.

N. K. Salikhova<sup>1</sup>, D. S. Dudin<sup>1</sup>, I. E. Keller<sup>1</sup>, G. L. Permyakov<sup>2</sup>, D. N. Trushnikov<sup>2</sup>

## A MODEL OF DEFLECTION OF THE WALL ON A SUBSTRATE DURING WIRE-ARC SURFACING AND ITS EXPERIMENTAL CONFIRMATION FOR AN ALUMINUM ALLOY

<sup>1</sup> *Institute of Continuous Media Mechanics of UB RAS, Perm, Russia*

<sup>2</sup> *Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia*

**Abstract.** To study the formation of residual stresses and distortions of structures created by wire-arc surfacing, Cranfield University performed surfacing on a fixed substrate of an aluminum alloy wall, including with a layer-by-layer roll-in with a different clamping force. In this paper, the deflection values of the released structure from this experiment are reproduced numerically, for which a mathematical model is constructed. The process was presented in the form of successively solved tasks: a) thermal — surfacing of 10-20 layers of material, b) thermo-elastic-plastic — formation of eigenstrains and residual stresses due to cooling of the created structure with an inhomogeneous temperature distribution, c) thermo-elastic-plastic — rolling of a stressed workpiece at elevated temperature (the stage may be absent) and d) elastic-plastic — the structure distortion and changes in the field of residual stresses when the structure is released. It is established that tensile residual stresses are formed in the deposited wall near its upper face, and use of layer-by-layer roll-in allows to reduce longitudinal strains, distortion of the released specimen and inhomogeneity of the distribution of residual stresses by the wall height. The calculated deflection values correspond to the experimental data. A beam-rod model of the mechanics of a built-up multilayer wall has been developed, the results of which allow us to predict the evolution of the curvature of the structure and the distribution of residual stresses.

**Keywords:** wire-arc surfacing, layer-by-layer forging, residual stresses, distortions, experiment, mathematical model.

## REFERENCES

- [1] The Strengthening Effect of Inter-Layer Cold Working and Post-Deposition Heat Treatment on the Additively Manufactured Al-6.3Cu Alloy / J. Gu, J. Ding, S. Williams et al. // *Materials Science and Engineering A*. 2016. no. 651. P. 18–26.
- [2] Karunakaran K., Kapil S., Negi S. Multi-Station Multi-Axis Hybrid Layered Manufacturing System // *Indian Patent no. 201821038516*. 2018.
- [3] Formation of Structure and Properties of Two-Phase Ti-6Al-4V Alloy during Cold Metal Transfer Additive Deposition with Interpass Forging / Y. Shchitsyn, M. Kartashev, E. Krivososova et al. // *Materials*. 2021. no. 16 (14). p. art. 4415.
- [4] Improving VT6 Titanium-Alloy Components Produced by Multilayer Surfacing / D. Trushnikov, M. Kartashev, T. Olshanskaya et al. // *Russian Engineering Research*. 2021. no. 9 (41). P. 848–850.

---

*Salikhova Nelli Kamilyevna*, Cand. Sci. Phys. & Math., Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics of UB RAS, Perm, Russia.

*Dudin Dmitry Sergeevich*, Engineer, Institute of Continuous Media Mechanics of UB RAS, Perm, Russia.

*Keller Ilya Ernstovich*, Dr. Sci. Phys. & Math., Associated Professor, Head of laboratory, Institute of Continuous Media Mechanics of UB RAS, Perm, Russia.

*Permyakov Gleb Lvovich*, Cand. Sci. Eng., Researcher, Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia.

*Trushnikov Dmitry Nikolaevich*, Dr. Sci. Eng., Professor, Vice-Rector, Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia.

- 
- [5] Hybrid Technologies and Technical Equipment for Additive Synthesis of Products / A. Kirichek, O. Fedonin, A. Khandozhko et al. // *Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering*. 2022. no. 9. P. 31–38.
- [6] Study of Residual Stress and Microstructural Evolution in As-Deposited and Inter-Pass Rolled Wire Plus Arc Additively Manufactured Inconel 718 Alloy after Ageing Treatment / J. Hoennige, C. E. Seow, S. Ganguly et al. // *Material Science and Engineering A*. 2021. no. 801. p. art. 140368.
- [7] Control of residual stress and distortion in aluminium wire + arc additive manufacture with rolling / J. Hoennige, P. Colegrove, S. Ganguly et al. // *Additive Manufacturing*. 2018. no. 22. P. 775–783.
- [8] Manzhurov A. General Inertia-Free Initial Boundary Value Problem for a Piecewise Continuously Increasing Viscoelastic Aging Body // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1995. no. 59 (5). P. 836–848. (in Russian).
- [9] Yavari A. A Geometric Theory of Growth Mechanics // *Journal of Nonlinear Sciences*. 2010. no. 20. p. 781–830.
- [10] Transient Temperature Fields in Growing Bodies Subject to Discrete and Continuous Growth Regimes / S. Lychev, A. Manzhurov, M. Shatalov et al. // *Procedia IUTAM*. 2017. no. 23. p. 120–129.
- [11] Lychev S., Fekry M. Residual stresses in a thermoelastic cylinder resulting from layer-by-layer surfacing // *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*. 2020. no. 26 (3). p. 63–90. (in Russian).
- [12] Lychev S., Koifman K., Djuzhev N. Incompatible Deformations in Additively Fabricated Solids: Discrete and Continuous Approaches // *Symmetry*. 2021. no. 13 (2331).
- [13] Strength and Ductility Characteristics of Metal Alloys and Stainless Steels Created by Wire-Arc Surfacing in a Wide Range of Strain Rates / Y. Bayandin, D. Dudin, A. Ilyinykh et al. // *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2023. no. 1. P. 33–45.
- [14] LS-DYNA® Keyword User's Manual. Volume II. Material Models. Ver. R13. Livermore Software Technology Corporation. 2021. 1993 p.
- [15] EN 1999-1-2 Eurocode 9: Design of aluminium structures. Part 1-2: Structural fire design. CEN. 2023. 61 p.
- [16] Shape distortions, plastic strains and residual stresses after one-sided forging/rolling of the beam: application to additive manufacturing of the linear metal segment with layer-by-layer pressure treatment / I. Keller, A. Kazantsev, D. Dudin et al. // *Computational Continuum Mechanics*. 2021. no. 4. P. 434–443.
- [17] Method for Determining Residual Stresses in a Rib on a Rigid Base / I. Keller, D. Petukhov, D. Dudin et al. // *Russian Patent no. 27977712018*. 2023. (in Russian).
- [18] Modeling residual stresses and distortions of the wall on a substrate built by wire-arc additive manufacturing / D. Dudin, I. Keller, G. Permyakov et al. // *Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics*. 2024. no. 1. P. 1–16.