Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2023. № 4 (58). С. 81–85

Н. А. Пеньков, О. А. Сидоркин, А. В. Бараненко, Д. В. Березин

К ВОПРОСУ ЗАРОЖДЕНИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ В КОМПОЗИЦИОННЫХ ПОКРЫТИЯХ

Военно-воздушная академия имени Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, Воронеж, Россия

Аннотация. В статье рассматривается вариант расчета износостойких покрытий. Определяются предельные значения величин упрочнения защитного износостойкого покрытия, которые осесимметричная деталь способна воспринять без последующего разрушения верхнего слоя осадка. Моделью деформирования рассматриваемого покрытия, обладающего большей твердостью в сравнении с материалом основной детали, служит контактная задача: взаимодействие бесконечно длинного цилиндра с полупространством. Определена глубина зарождения пластической области, позволяющая контролировать степень наклепа защитного покрытия детали, не допуская его переупрочнения.

Ключевые слова: теория упругости, теория пластичности, напряжения, деформации, износостойкие покрытия, осесимметричная задача, полярные координаты, полиномы Лежандра.

DOI: 10.37972/chgpu.2023.58.4.009

УДК: 621.9.047

Введение. При восстановлении различных деталей, используемых в машиностроении, часто требуется определить предельное значение величины упрочнения их

Пеньков Никита Алексеевич
e-mail: mythnpnikit@mail.ru, доктор технических наук, доцент, доцент кафедры АТС, Военно-воздушная академия имени Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, г. Воронеж, Россия.
Сидоркин Олег Анатольевич
e-mail: major282006@yandex.ru, кандидат технических наук, доцент, заместитель начальника кафедры защитных сооружений, Военно-воздушная академия имени Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, г. Воронеж, Россия.
Бараненко Андрей Васильевич
e-mail: anreveter@mail.ru, соискатель, Военно-воздушная академия имени Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, г. Воронеж, Россия.
Березин Дмитрий Викторович
e-mail: myth7np7nikit@gmail.com, соискатель, Военно-воздушная академия имени Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, г. Воронеж, Россия.

Поступила 10.12.2023

защитного покрытия, которое они способны воспринять без последующего разрушения верхнего слоя осадка. В большинстве случаев, для ответа на этот вопрос, удовлетворительным оказывается использование математических моделей теории упругости и теории пластичности рассматриваемых деталей [1–3].

Моделью деформирования композиционного покрытия, обладающего большей твердостью в сравнении с материалом основной детали, служит контактная задача, рассматривающая взаимодействие бесконечно длинного цилиндра с полупространством. Решение производится для случая, когда радиус кривизны инструмента значительно меньше радиуса кривизны восстанавливаемой детали.

1. Постановка задачи. Вводится цилиндрическая система координат r, θ, z с соответствующими компонентами перемещения u, v, w ($v = 0$). Компоненты касательных напряжений $\tau_{r\theta}$, $\tau_{\theta z}$ равны нулю.

Деформации определяются из соотношений Коши:

$$e_r = \frac{\partial u}{\partial r}, e_\theta = \frac{u}{r}, e_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \gamma_{r_z} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}. \tag{1}$$

Вместо определяющих соотношений оказывается удобным ввести функцию напряжений ϕ, для которой будет справедливо уравнение [2]:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{2}{R}\frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2}ctg\psi\frac{\partial}{\partial \psi} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial \psi^2}\right) * \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial R^2} + \frac{2}{R}\frac{\partial \phi}{\partial R} + \frac{1}{R^2}ctg\psi\frac{\partial \phi}{\partial \psi} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial \psi^2}\right) = 0, \tag{2}$$

где связь между введенными системами координат устанавливается следующими соотношениями:

$$R = \sqrt{r^2 + z^2}, \psi = arccos\frac{r}{\sqrt{r^2 + z^2}}. \tag{3}$$

Нетрудно показать, что решение (2) будет представимо через полиномы Лежандра в виде [3]:

$$\phi_{k1} = \frac{A_n}{2^n * n!}(r^2 + z^2)^{-\frac{n+1}{2}} \frac{\partial^n[(-1)^n sin^{2n}(arccos\frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}})]}{\partial(\frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}})^n}, k \in Z. \tag{4}$$

и

$$\phi_{k2} = \frac{B_n}{2^n * n!}(r^2 + z^2)^{-\frac{n+1}{2}} \frac{\partial^n[(-1)^n sin^{2n}(arccos\frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}})]}{\partial(\frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}})^n}, k \in Z \tag{5}$$

В случае равномерной нагрузки, распределенной по внутренней поверхности круга радиуса a (рисунок 1), определим перемещения в направлении действия нагрузки произвольной точки M, расположенной вне круга. Соответствующее перемещение точки M на поверхности детали будет:

$$w = \frac{(1-\nu^2)q}{\pi E}\int\int ds d\psi. \tag{6}$$

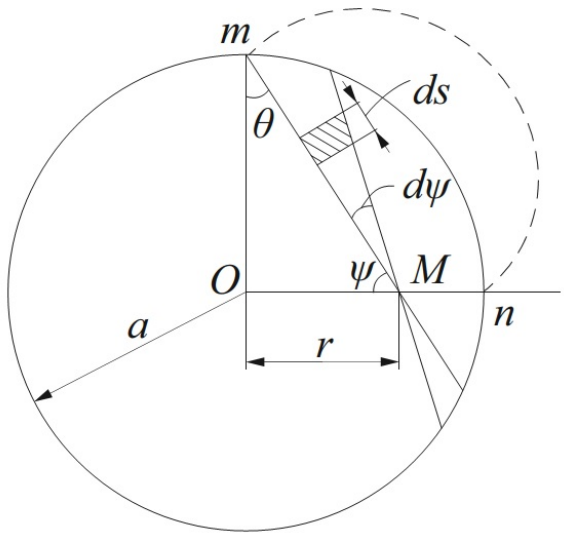

Рис. 1. Равномерная нагрузка, действующая на границу восстанавливаемой поверхности детали

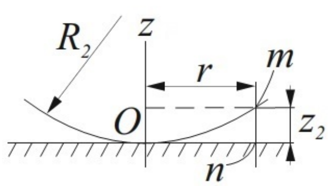

Рис. 2. Контакт цилиндра с полупространством

2. Результаты и вычисления. Рассматривая контакт цилиндрического тела – инструмента с поверхностью детали, положим радиус кривизны инструмента – R_2. В случае, когда между соприкасающимися телами не действует давление, касание происходит по прямой.

Расстояние mn можно с достаточной точностью представить в виде (рисунок 2):

$$z_2 = \frac{r^2}{2R_2}. \tag{7}$$

где α – величина сближения точек m и n в результате деформирования.

Можно показать, что (6) выполняется, когда распределение давления по поверхности контакта определяется координатами радиуса цилиндрического инструмента – a, построенного на этой поверхности [4, 5]. При этом распределение давления по поверхности контакта происходит в полной аналогии с ситуацией, представленной на рисунке 1 пунктирной линией. В этом случае выражение (6) принимает вид:

$$\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{q_0}{a}(a^2-r^2sin^2\psi)\right]d\psi=\alpha-\frac{r^2}{2R_2}. \tag{8}$$

где q_0 – давление в центре поверхности контакта. Для определения возникающих напряжений воспользуемся принципом суперпозиции. Напряжение σ_z, можно получить, используя решение о давлении сосредоточенной силы на полупространство, где полагаем вместо P–$Hdr*q$. Тогда напряжение σ_z, вызываемое равномерной нагрузкой, будет:

$$\sigma_z=-\frac{3Hz^3q}{2\pi}\int_{-a}^{a}\frac{dr}{\sqrt{(r^2+z^2)^5}}. \tag{9}$$

Аналогично для остальных компонент напряжений будем иметь:

$$\sigma_r=\int_{-a}^{a}\frac{Hq}{2\pi}\left((1-2\nu)\left(\frac{1}{r^2}-\frac{z}{r^2\sqrt{r^2+z^2}}\right)-\frac{3r^2z}{\sqrt{(r^2+z^2)^5}}\right)dr. \tag{10}$$

$$\sigma_\theta=\int_{-a}^{a}\frac{Hq(1-2\nu)}{2\pi}\left(\frac{z}{r^2\sqrt{r^2+z^2}}-\frac{1}{r^2}+\frac{z}{\sqrt{(r^2+z^2)^3}}\right)dr. \tag{11}$$

В качестве условия пластичности положим соотношение Треска – Сен-Венана. Определим границу зарождения пластической области на оси $0z$. Нетрудно показать, что компоненты напряжений распределены следующим образом:

$$\sigma_z<\sigma_r<\sigma_\theta. \tag{12}$$

Условие пластичности в этом случае запишется в виде:

$$\frac{(1-2\nu)Hq_0}{\pi}\frac{a^2+z\sqrt{a^2+z^2}-z^2}{az\sqrt{a^2+z^2}}+\frac{Hq_0a}{\pi}\frac{2a^2+3z^2}{z\sqrt{(a^2+z^2)^3}}=k. \tag{13}$$

Полагая:

$$K_1=\frac{ak\pi}{Hq_0}, \tag{14}$$

выражение (13) можно преобразовать к виду:

$$(1-2\nu-K_1)z\sqrt{(a^2+z^2)^3}=(1-2\nu)z^4-3a^2z^2-(3-2\nu)a^4, \tag{15}$$

Решая полученное алгебраическое уравнение отностительно z, получим окончательно для глубины зарождения пластичности в обрабатываемом покрытии: $z=0,13$мм.

Заключение. Таким образом, полученные расчеты позволяют контролировать степень наклепа защитного покрытия детали, не допуская его переупрочнения. Авторами установлено, что граница зарождения пластической области расположена не на поверхности покрытия, а на определенной глубине. Это позволяет производить корректировку давления инструмента до получения необходимой степени упрочнения формируемых осадков.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Управление внутренними напряжениями в гальванических композитных покрытиях на основе железа / Н. А. Пеньков, С.Ю. Жачкин, О.А. Сидоркин [и др.] // Труды ГОСНИТИ. Москва: ГОСНИТИ, 2017. С. 183–188.

[2] Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. Москва: Наука, 1975. 576 с.

[3] Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1. Москва: Наука, 1947. 690 с.

[4] Устройство получения композитных гальванических покрытий на внутренних поверхностях / Н. А. Пеньков, С.Ю. Жачкин, Цысоренко П.В [и др.] // патент. Москва: пат. № 100520, 2010. С. 1–6.

[5] Пеньков Н. А., Жачкин С.Ю., Трифонов Г.И. Моделирование процесса осаждения композитных покрытий на основе хрома // Виртуальное моделирование прототипирование и промышленный дизайн. Воронеж: ВГТУ, 2018. С. 59–63.

N. A. Penkov, O.A. Sidorkin, A.V. Baranenko, D.V. Berezin

ON THE QUESTION OF THE ORIGIN OF THE PLASTIC REGION IN COMPOSITE COATINGS

Zhukovsky–Gagarin Air Force Academy, Voronezh, Russian Federation

Abstract. The article discusses the option of calculating wear-resistant coatings. The limiting values of the hardening values of the protective wear-resistant coating are determined, which an axisymmetric part is able to withstand without subsequent destruction of the upper layer of sediment. The deformation model for the coating under consideration, which has greater hardness compared to the material of the main part, is the contact problem: the interaction of an infinitely long cylinder with a half-space. The depth of origin of the plastic region has been determined, which makes it possible to control the degree of hardening protective coating in the part, preventing its over-hardening.

Keywords: theory of elasticity, theory of plasticity, stress, deformation, wear-resistant coatings, axisymmetric problem, polar coordinates, Legendre polynomials.

REFERENCES

[1] Control of internal stresses in iron-based electroplated composite coatings / N. A. Penkov, S. Zhachkin, O. Sidorkin et al. // Proceedings of GOSNITI. Moscow: GOSNITI, 2017. P. 183–188.

[2] Timoshenko S. P., Goodyear J. Theory of elasticity. Moscow: Science, 1975. 576 p.

[3] Fikhtengolts G. M. Course of differential and integral calculus. T.1. Moscow: Science, 1947. 690 p.

[4] Device for producing composite galvanic coatings on internal surfaces / N. A. Penkov, S. Zhachkin, T. P.V. et al. // patent. Moscow: pat. No. 100520, 2010. P. 1–6.

[5] Penkov N. A., Zhachkin S., Trifonov G. Modeling of the deposition process of chromium-based composite coatings // Virtual modeling prototyping and industrial design. Voronezh: VSTU, 2018. P. 59–63.

Penkov Nikita Aleseevich, Doctor of technical sciences, associate professor, associate professor, Zhukovsky – Gagarin Air Force Academy, Voronezh, Russia.

Sidorkin Oleg Anatolievich, Candidate of technical sciences, associate professor, deputy head of the department, Zhukovsky – Gagarin Air Force Academy , Voronezh, Russia.

Baranenko Andrey Vasilievich, Applicant, Zhukovsky – Gagarin Air Force Academy , Voronezh, Russia.

Beresin Dmitriy Victorovich, Cadet, Zhukovsky – Gagarin Air Force Academy , Voronezh, Russia.