

А. В. Ченцов, А. В. Сокоренко

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ И МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СТРУКТУР МИУРА-ОРИ

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

Аннотация. Механические метаматериалы - искусственные материалы, у которых механические свойства преимущественно зависят от их структуры, а не от характеристик материала из которого они изготовлены. Из множества разработанных структур метаматериалов можно выделить класс структур, разработанных на основе искусства оригами – складывания бумаги, позволяющего из плоского листа бумаги получать трёхмерные структуры различной сложности. В работе представлены общие сведения о механических метаматериалах, со структурой, основанной на методе складывания Миура-ори, рассмотрены области их применения, преимущества, и приведён краткий обзор исследований таких метаматериалов.

Ключевые слова: механические метаматериалы, аусетики, оригами, Структуры Миура-ори, развёртываемые структуры.

Ченцов Александр Викторович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник; e-mail: chentsov@ipmnet.ru; <https://orcid.org/0000-0003-4760-1738>; AuthorID: 157206

Сокоренко Алексей Викторович, аспирант; e-mail: sokorenkoav@mail.ru

для цитирования: Ченцов А. В., Сокоренко А. В. Исследование моделей и механических свойств структур Миура-Ори // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2024. № 1(59). С. 39–49. DOI: 10.37972/chgpu.2024.59.1.003 EDN: CSJSRK

Статья опубликована на условиях лицензии *Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)*.

A. V. Chentsov, A. V. Sokorenko

STUDY OF MODELS AND MECHANICAL PROPERTIES OF MIURA-ORI STRUCTURES

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

Abstract. Mechanical metamaterials are artificial materials whose mechanical properties primarily depend on their structure rather than on the characteristics of the material from which they are made of. From the many developed metamaterial structures, a class of structures developed based on the art of origami can be distinguished. Origami is the art of paper folding, which allows you to create three-dimensional structures of varying complexity made of a flat sheet of paper. The paper presents general information on mechanical metamaterials, with a structure based on the Miura-ori folding method, discusses their areas of application, advantages, and provides a brief overview of research on such metamaterials.

Keywords: mechanical metamaterials, auxetics, origami, Miura-ori structures, deployable structures.

Alexander V. Chentsov, Cand. Sci. Phys. & Math., Senior Researcher, e-mail: chentsov@ipmnet.ru; <https://orcid.org/0000-0003-4760-1738>; AuthorID: 157206

Alexey V. Sokorenko, Postgraduate, e-mail: sokorenkoav@mail.ru

to cite this article: Chentsov A. V., Sokorenko A. V. Study of models and mechanical properties of Miura-Ori structures // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2024. No 1(59). p. 39–49. DOI: 10.37972/chgpu.2024.59.1.003 EDN: CSJSRK

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение. В 1970 году, японским астрофизиком Коре Миурой, была разработана схема жёсткого складывания, которая была применена для развёртывания солнечных батарей космических спутников. В предложенном методе складывания складки представляют собой линейные шарниры, соединяющие параллелограммы, то есть складки расположены не горизонтально и вертикально, а под углом друг к другу. Структура, полученная таким образом, состоит из множества регулярно повторяющихся блоков. Каждый блок состоит из четырёх параллелограммов и четырёх шарниров (сладок). Если считать, что каждый параллелограмм абсолютно жесткий, а шарниры, которые их соединяют, являются идеальными, то такая структура представляет собой механизм с одной степенью свободы – углом сложения. Форма структуры может изменяться в широком диапазоне в зависимости от угла сложения. Данный метод складывания получил название в честь своего изобретателя – Миура-ори. На рис. 1 изображен лист бумаги, сложенный техникой Миура-ори.

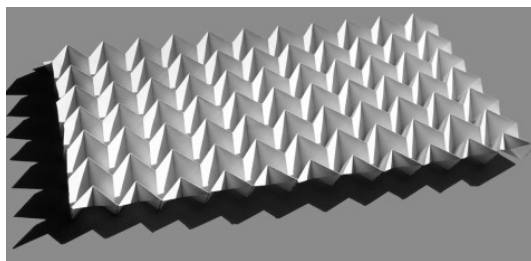


Рис. 1. Лист бумаги, сложенный техникой Миура-ори

На рис. 2 приведена кинематика развёртывания листа бумаги, сложенной по технике Миура-ори. Морфология и механизм разворачивания такой структуры аналогичны тем, что встречаются в природе. На рис. 3 изображены листок дерева и крыло насекомого которые разворачиваются по механизму, во многом аналогичному Миура-ори.

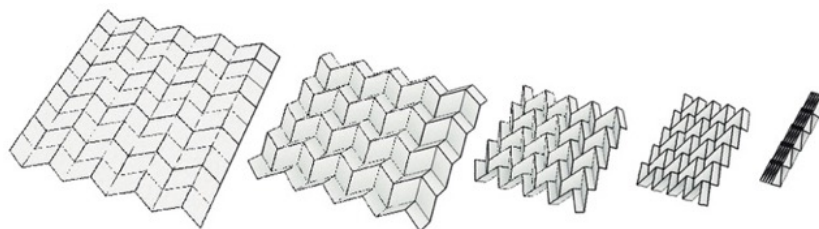


Рис. 2. Развертывание листа бумаги, сложенной по технике Миура-ори

1. Особенности структур Миура-ори. Структура Миура-ори состоит из множества одинаковых элементарных ячеек. Каждая ячейка состоит из четырёх параллелограммов и четырёх складок, которыми они соединены между



Рис. 3. Листок дерева и крыло насекомого

собой. Для выявления основных свойств структур Миура-ори необходимо рассмотреть элементарную ячейку. Элементарная ячейка шаблона Миура-ори и общий вид сложенного шаблона представлены на рис. 4.

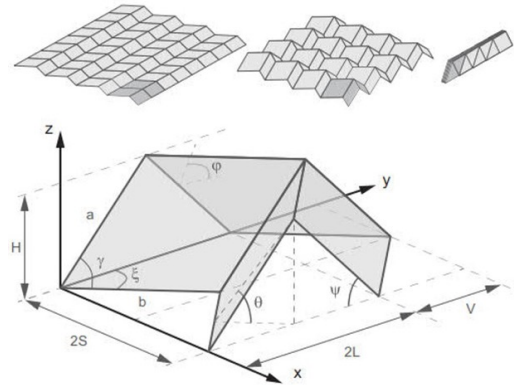


Рис. 4. Общий вид сложенного шаблона и элементарная ячейка Миура-ори

Геометрия элементарной ячейки может быть определена различными способами. В работах, посвященных данной структуре, элементарная ячейка обычно задана размерами наименьшего составляющего компонента – параллелограмма с размерами сторон a и b , углом между сторонами параллелограмма $\gamma < \pi/2$ и углом между плоскостью рассматриваемого параллелограмма и плоскостью $xy - \theta < \pi/2$. Тогда внешние размеры ячейки могут быть заданы как:

$$H = a \sin \theta \sin \gamma; \quad S = b \frac{\cos \theta \cdot \tan \gamma}{\sqrt{1 + \cos^2 \theta \cdot \tan^2 \gamma}};$$

$$L = a \left(\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cdot \sin^2 \gamma} \right); \quad V = b \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 \theta \cdot \tan^2 \gamma}}.$$

Из кинематики сложения элементарной ячейки, очевидно, что образец обладает отрицательным коэффициентом Пуассона. Коэффициент Пуассона в плоскости SL

$$\nu_{SL} = -\frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_S} = -\frac{S \cdot dL}{L \cdot dS}$$

Или, с учётом обозначений на рис. 4, $\nu_{SL} = -\tan^2 \xi$. На рис. 5 приведен график зависимости ν_{SL} от угла ξ и графики зависимости ν_{SL} от угла сложения θ для различных значений угла γ между сторонами параллелограмма. На рис. 5 (справа) при угле между сторонами грани $\gamma = 60^\circ$ и угле сложения $\theta = 55^\circ$, коэффициент Пуассона $\nu_{SL} = -1$.

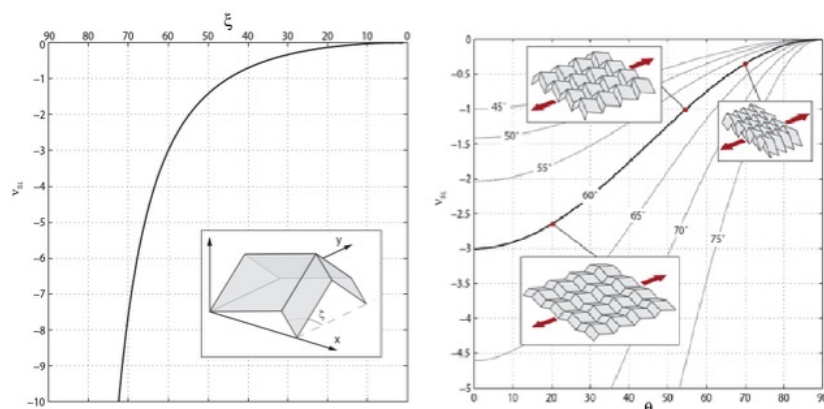


Рис. 5. График зависимости ν_{SL} от угла ξ (слева), графики зависимости ν_{SL} от угла θ для различных значений угла γ (справа)

Для анализа поведения структур Миура-ори из плоскости xy необходимо рассмотреть модели, в которых вводится дополнительная степень свободы – изгиб граней вдоль короткой диагонали. Для таких моделей при изгибе характерна седловидная форма деформирования. При этом, коэффициент Пуассона при изгибе ν_k (отношение кривизны в направлениях x и y) оказывается равным по величине, но противоположным по знаку коэффициенту Пуассона в плоскости ν_{SL} : $\nu_k = -k_{yy}/k_{xx} = -\nu_{SL}$.

Обратим внимание, что образец Миура-ори может быть сложен из плоского листа только за счёт сгиба вдоль линий сложения и, следовательно, является развёртывающейся поверхностью. Если принять жесткость отдельного параллелограмма значительно большей, чем жесткость складки и пренебречь деформациями параллелограмма, то образец Миура-ори обладает всего одной степенью свободы.

Ряд свойств, присущих структурам Миура-ори представляет особый интерес.

- (1) Отрицательное значение коэффициента Пуассона при деформировании в плоскости листа, то есть структура ведет себя как ауксетик. При этом значение коэффициента изменяется с изменением угла разложения;
- (2) Значение коэффициента Пуассона из плоскости имеет противоположный знак относительно коэффициента в плоскости, что приводит к нестандартному поведению (деформированию) при изгибе. Структура принимает седловидную форму при изгибе;

- (3) Может претерпевать значительные деформации и изменять глобальную Гауссову кривизну (подразумевается кривизна эквивалентной сложенному листу срединной поверхности) без появления напряжений на уровне материала (то есть не происходит растяжение или сжатие граней элементарных ячеек, деформирование происходит преимущественно за счёт поворота граней);
- (4) Обладает низким удельным весом.

2. Основные направления исследований.

2.1. Исследование механических характеристик. В работе [1] рассмотрена простая сложенная по Миура-ори структура, состоящая из одинаковых элементарных ячеек каждая из которых полностью определяется двумя углами $\gamma < \pi/2$ и $\theta < \pi/2$ и двумя длинами a и b . Для рассмотренной структуры показано, что коэффициент Пуассона при растяжении и изгибе (отношение кривизны поверхности при изгибе в направлении y и x) равны по значению и противоположны по знаку. Выведены соответствующие аналитические зависимости. Проведены численные эксперименты, подтверждающие выведенные зависимости. Пластические свойства не учитывались.

Коэффициент Пуассона в плоскости $\nu_{SL} = 1 - \xi^{-2}$ где $\xi = \sin \alpha \cdot \sin (\theta/2)$.

Коэффициент Пуассона при изгибе $\nu_B = -K_y/K_x = \xi^{-2} - 1$.

При выведении зависимости для ν_B было принято, что отдельные грани могут деформироваться. Введена дополнительная степень свободы для каждой грани – взаимный поворот половины грани относительно диагонали

В работе [2] представлена нелинейная формулировка моделирования структур типа Миура-ори, разработаны аналитические и численные модели, учитывающие жёсткости складок и изгибные жесткости граней для больших деформаций и перемещений. Так же в работе смоделировано возникновение дефекта (т.н. pop-through) форме «смятия» центральной вершины ячейки при действии локально приложенной нагрузки.

В работе [3] выполнен анализ структуры Миура-ори выполненной из материала с анизотропией свойств (полимер, армированный углеродным волокном) с помощью МКЭ.

Для оптимизации геометрических параметров образца и получения одновременно высокой жёсткости и отрицательных значений коэффициента Пуассона был выполнен регрессионный анализ. В работе показано, что применение композитных материалов может улучшить механические характеристики.

2.2. Разработка метаматериалов, основанных на технике Миура-ори. В работе [4] представлены два вида метаматериалов, которые состоят из одинаковых граней. Первый вид представляет собой лист, сложенный по Миура-ори. Второй, показанный на рис. 6, представляет собой отдельные паттерны Миура-ори, которые сгруппированы послойно.

Для многослойного образца показано, что коэффициент Пуассона отрицательный в плоскости слоя, и из плоскости (то есть высота образца увеличивается при растяжении в плоскости), и что образец является раскладываемым. Выведены аналитические зависимости для коэффициента Пуассона из плоскости. Для заданных ограничений $0 < \theta_A < \pi/2$ значение коэффициента Пуассона в плоскости HL отрицательное, несмотря на то, что для одиночного слоя он положительный.

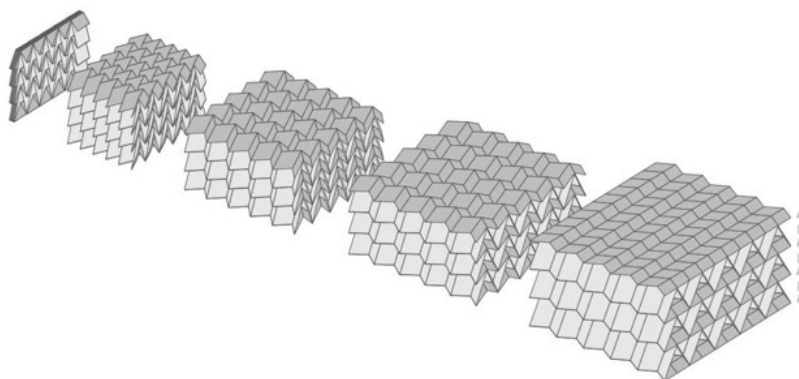


Рис. 6. Образец метаматериала, в котором структуры Миура-ори сгруппированы послойно

Так же представлен образец, в котором центральный ряд элементарных ячеек имеет отличные размеры. При деформировании такого образца центральный ряд раньше остальных достигает максимального угла сложения, что приводит к «самоблокировке» дальнейшего деформирования.

В работе [5] представлены два вида метаматериалов, которые состоят из не одинаковых граней. Отдельные паттерны Миура-ори сгруппированы послойно двумя способами (V-V, M-V) как показано на рис. 7.

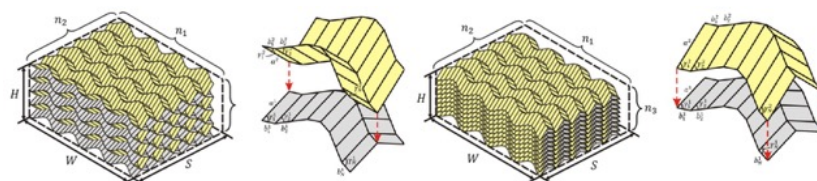


Рис. 7. Образцы метаматериалов в которых структуры Миура-ори сгруппированы послойно, элементарные ячейки структур состоят из не одинаковых граней

Разработанные аналитические модели позволяют предсказать изменение размеров и кинематику деформирования. Получены аналитические модели для объёмного модуля упругости и модуля упругости при растяжении.

В работе [6] представлен класс метаматериалов, представляющих собой модернизированную структуру Миура-ори с отверстиями. Элементарная ячейка

такого образца представляет собой две больших грани и $2 \cdot n$ малых граней соединённых через линии сгиба. На рис. 8 приведена элементарная ячейка образца при $n = 2$ и модернизированная структура Миура-ори в сравнении с обычной структурой Миура-ори.

Получены аналитические зависимости для коэффициента Пуассона, жесткость на растяжение. Показано, что поведение предложенных материалов качественно совпадает со структурами Миура-ори, но деформационные характеристики отличаются по значению. В частности, зависимости коэффициента Пуассона для элементарной ячейки модифицированного и обычного паттерна Миура-ори совпадают, но для образца в целом -отличаются.

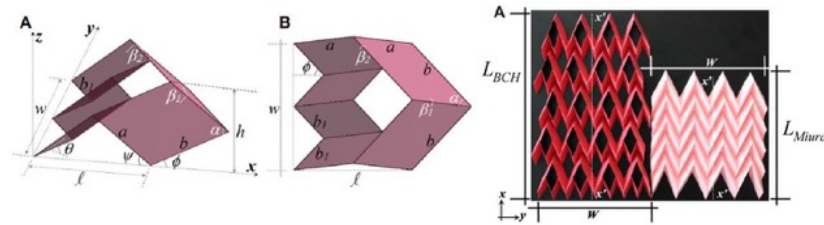


Рис. 8. Элементарная ячейка модернизированной структуры Миура-ори, сравнение обычной структуры Миура-ори и модернизированной

2.3. Разработка методов изготовления структур Миура-ори. В работе [7] предложен новый метод изготовления развёртываемых структур (в частности структур Миура-ори) – складывание под давлением. Метод основан на использовании разности внешнего давления и давления в чехле, в который помещена заготовка. Заготовка представляет собой две предварительно ослабленных перфорацией вдоль линий сгиба пластины которые соединены «распорками». Высота распорок определяет целевой угол сложения. На рис. 9 изображены основные этапы изготовления структуры.

Авторами выведены аналитические зависимости для давления, которое требуется для сложения заготовки, изготовленной из материала с определённым значением предела текучести до целевого угла сложения.

3. Применение в различных устройствах, конструкциях В некоторых случаях особенности деформирования ауксетических структур оказываются полезными и для традиционных технологий. Так, в работе [8] предложен новый подход для производства гибкой электроники на примере солнечной батареи (рис. 10, слева). Жесткие солнечные элементы из кремния объединены с помощью змеевидных связей, которые позволяют добиться высокого угла сложения и хорошей надёжности при циклическом сложении и разложении. Каждый элемент представляет собой грань элементарной ячейки структуры Миура-ори.

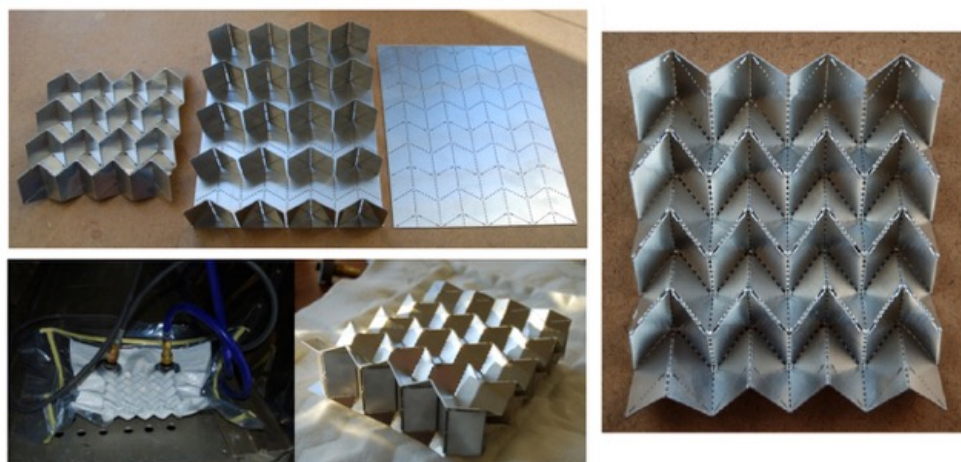


Рис. 9. Основные этапы изготовления структуры Миура-ори
новым методом

В работе [9] предложен новый подход для производства литий-ионных батарей. Применение принципов оригами (Миура-ори) в дизайне позволяет получить батарею с высокой механической деформируемостью (складывание, раскладывание, изгиб, кручение). В качестве токоприёмника в батарее используется бумага, покрытая углеродными нанотрубками, что обеспечивает стабильные электромеханические характеристики при циклических деформациях (рис. 10, в центре).

Послойно сгруппированные листы, сложенные техникой Миура-ори в работе [10], составляют ячеистый материал. Показана перспективность применения данного материала (рис. 10, справа) в качестве внутреннего слоя в многослойной конструкции, предназначенной для уменьшения воздействия взрывной волны.

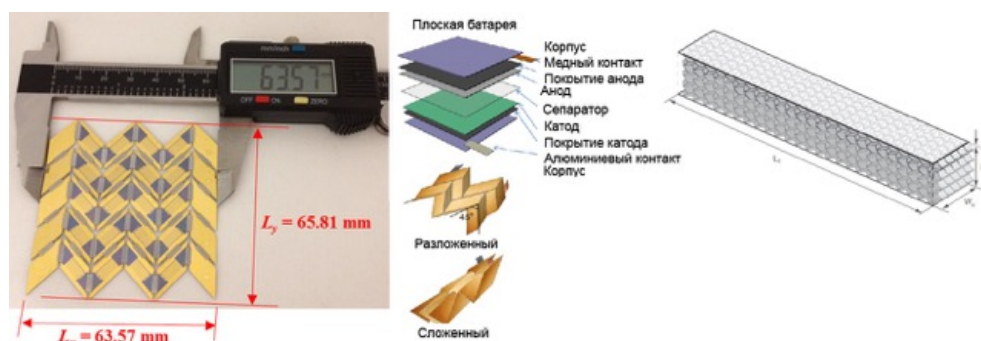


Рис. 10. Основные этапы изготовления структуры Миура-ори новым
методом

Заключение. Как и большинство метаматериалов, структуры Миура-ори, позволяют изменять в широком диапазоне механические характеристики, за

счёт изменения геометрических параметров и модификации элементарных ячеек, изменения способов их компоновки, применения материалов обладающих анизотропией свойств. Однако следует выделить ряд преимуществ структур Миура-ори:

- (1) Относительная простота математического описания;
- (2) Возможность отказа от 3d-печати при изготовлении;
- (3) Низкое число дефектов при изготовлении;
- (4) Возможность применения различных материалов при изготовлении таких материалов.

Выше перечисленные преимущества способствуют росту интереса к структурам Миура-ори для применения в различных отраслях, и как следствие, способствуют углублению и расширению исследования таких структур.

Исследования структур Миура-ори позволили выявить и объяснить их необычные свойства – отрицательный коэффициент Пуассона в плоскости структуры и положительный коэффициент Пуассона из плоскости. Выведены аналитические зависимости для коэффициентов Пуассона, осевой и изгибной жесткости от геометрических параметров элементарной ячейки и угла сложения. Построены аналитические и численные модели, учитывающие геометрическую и физическую нелинейность материала при больших деформациях, учитывающих анизотропию свойств материала. Проведены исследования таких структур с модернизированной формой элементарных ячеек и с различными способами компоновки элементарных ячеек. Кроме того, уже предложены многослойные структуры, образующие объемные метаматериалы. Отдельные исследования направлены на оптимизацию процесса изготовления таких структур. Множество работ посвящено внедрению таких структур в различные устройства и конструкции.

Искусство оригами, в частности структуры Миура-ори, можно применять при решении множества задач, связанных с необходимостью разместить большое в малом, увеличить жёсткость или снизить вес конструкции, и задач, связанных с поглощением энергии удара.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Исследование выполнено по теме госзадания ИПМех РАН № 123021700045-7.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. The contribution of the authors is equivalent.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding. The study was carried out on the topic of the state task of the Institute of Mechanics and Mechanics of the Russian Academy of Sciences No. 123021700045-7.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Geometric mechanics of periodic pleated origami / Z. Y. Wei [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 2013. no. 110. P. 215501.
- [2] Liu K., Paulino G. H. Nonlinear mechanics of non-rigid origami: an efficient computational approach // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science.* 2017. no. 473(2206). P. 20170348.
- [3] Feng H., Yan G., Prabhakar P. Role of material directionality on the mechanical response of Miura-ori Composite Structures // *Composite Structures.* 2023. no. 306. P. 116606.
- [4] Schenk M., Guest S. D. Geometry of Miura-folded metamaterials // *P. Natl. Acad. Sci. USA.* 2013. no. 110. P. 3276–3281.
- [5] Xiang Zhou, Shixi Zang, Zhong You. Origami mechanical metamaterials based on the Miura-derivative fold patterns // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science.* 2016. no. 472(2191). P. 20160361.
- [6] Eidini M., Paulino G. Unraveling metamaterial properties in zigzag-base folded sheets // *Science Advances.* 2015. no. 1(8). P. e1500224.
- [7] Schenk M., Allwood J. M., Guest S. D. Cold gas-pressure folding of miura-ori sheets // *Special Edition: 10th International Conference on Technology of Plasticity, ICTP 2011.* 2011. P. 459–464.
- [8] Origami-enabled deformable silicon solar cells / R. Tang [et al.] // *Applied Physics Letters.* 2014. no. 104. P. 083501.
- [9] Origami lithium-ion batteries / Z. Song [et al.] // *Nature communications.* 2014. no. 5. P. 3140.
- [10] Schenk M., Guest S. D., McShane G. Novel stacked folded cores for blast-resistant sandwich beams // *International Journal of Solids and Structures.* 2014. no. 51(25-26). P. 4196–4214.

REFERENCES

- [1] Geometric mechanics of periodic pleated origami / Z. Y. Wei [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 2013. no. 110. P. 215501.
- [2] Liu K., Paulino G. H. Nonlinear mechanics of non-rigid origami: an efficient computational approach // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science.* 2017. no. 473(2206). P. 20170348.
- [3] Feng H., Yan G., Prabhakar P. Role of material directionality on the mechanical response of Miura-ori Composite Structures // *Composite Structures.* 2023. no. 306. P. 116606.
- [4] Schenk M., Guest S. D. Geometry of Miura-folded metamaterials // *P. Natl. Acad. Sci. USA.* 2013. no. 110. P. 3276–3281.
- [5] Xiang Zhou, Shixi Zang, Zhong You. Origami mechanical metamaterials based on the Miura-derivative fold patterns // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science.* 2016. no. 472(2191). P. 20160361.
- [6] Eidini M., Paulino G. Unraveling metamaterial properties in zigzag-base folded sheets // *Science Advances.* 2015. no. 1(8). P. e1500224.
- [7] Schenk M., Allwood J. M., Guest S. D. Cold gas-pressure folding of miura-ori sheets // *Special Edition: 10th International Conference on Technology of Plasticity, ICTP 2011.* 2011. P. 459–464.
- [8] Origami-enabled deformable silicon solar cells / R. Tang [et al.] // *Applied Physics Letters.* 2014. no. 104. P. 083501.
- [9] Origami lithium-ion batteries / Z. Song [et al.] // *Nature communications.* 2014. no. 5. P. 3140.
- [10] Schenk M., Guest S. D., McShane G. Novel stacked folded cores for blast-resistant sandwich beams // *International Journal of Solids and Structures.* 2014. no. 51(25-26). P. 4196–4214.