

В. В. Мыльцин

ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ ИЗОТРОПНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕРЕГУЛЯРНОЙ НАГРЕТОЙ ПЛАСТИНКИ

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского, Саратов, Россия*

Аннотация. В работе приведена математическая модель изотропной пластины, подкреплённой ребрами. Уравнения лицевых поверхностей пластины содержат сингулярные функции Хевисайда. Для учета тонких ребер сделан предельный переход к функциям Дирака. Геометрически нерегулярная изотропная пластина находится в стационарном температурном поле. За основу взята континуальная модель геометрически нерегулярной пластинки. Система дифференциальных уравнений, начальные и краевые условия получены из вариационного принципа Остроградского – Гамильтона. Тангенциальные усилия, входящие в термодинамический потенциал найдены из условия безмоментного состояния пластинки. Функция прогиба ищется в виде двойного тригонометрического ряда с переменными временными коэффициентами. Из дифференциального уравнения для этих коэффициентов найдена собственная частота колебаний, исследование которой проводится при малых прогибах. Анализ собственных частот колебаний пластинки проведен для различных геометрических и термомеханических параметрах.

Ключевые слова: геометрически нерегулярная пластинка, свободные колебания, собственная частота колебаний, метод Бубнова-Галёркина, дельта функция Дирака

Мыльцин Владимир Викторович, аспирант кафедры математической теории упругости и биомеханики; e-mail: vova.mylytsin@yandex.ru;
<https://orcid.org/0009-0007-0746-5512>; AuthorID: 15556

для цитирования: Мыльцин В. В. Исследование собственных частот колебаний изотропной геометрически нерегулярной нагретой пластинки // Вестник Чувашия государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2024. № 3(61). С. 5–17. DOI: 10.37972/chgpu.2024.61.3.001 EDN: JEDNSL

Статья опубликована на условиях лицензии *Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)*.

V. V. Myltsin

INVESTIGATION OF NATURAL FREQUENCIES OF VIBRATIONS OF ISOTROPIC GEOMETRICALLY IRREGULAR HEATED PLATE

Saratov State University, Saratov, Russia

Abstract. The paper presents a mathematical model of vibrations of an isotropic plate supported by ribs in a stationary temperature field. The continuum model of a geometrically irregular plate is taken as a basis. The system of differential equations, initial and boundary conditions are obtained from the Ostrogradsky-Hamilton principle. The tangential forces included in the thermodynamic potential are found from the momentless condition of the plate. The deflection function is found as a double trigonometric series with variable time coefficients. From the differential equation for these coefficients, the natural frequency of vibration is found, the study of which is carried out at small deflections. The analysis of the natural frequencies of vibration of the plate is carried out for various geometric and thermomechanical parameters.

Keywords: geometrically irregular plate, free oscillations, natural frequency of vibrations, Bubnov-Galerkin method, Dirac delta function.

Vladimir V. Myltsin, postgraduate student, Faculty of Mathematics and Mechanics; e-mail: vova.myltsin@yandex.ru; <https://orcid.org/0009-0007-0746-5512>; AuthorID: 15556

to cite this article: Myltsin V. V. Investigation of natural frequencies of vibrations of isotropic geometrically irregular heated plate // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2024. No 3(61). p. 5–17. DOI: 10.37972/chgpu.2024.61.3.001 EDN: JEDNSL

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение. Инновационные технологии производства позволяют расширить пространство проектирования, открывая новые возможности для создания конструкций. Еще несколько лет назад многие из этих возможностей были нежизнеспособны с точки зрения производства. Появление этих технологий способствовало переходу к монолитному проектированию летательных аппаратов, морских судов и частей этих конструкций. Возникает вопрос о континуальном рассмотрении таких пластин и оболочек, в которых изменение формы происходит не за счет сборки большого количества механически скрепленных деталей. Рассмотрение таких конструкций и в частности пластинок, укрепленных ребрами, и, являющимися непрерывными моделями, занимались еще в прошлом веке. В [1] в пределах классических гипотез Кирхгофа-Лява построена континуальная модель термоупругой ортотропной системы «оболочка-ребра», выведены уравнения движения подкрепленной ребрами оболочки. В [2] дано решение ряда задач термоустойчивости изотропных и ортотропных прямоугольных пластинок, подкрепленных ребрами жесткости. Дифференциальное уравнение искривления срединной плоскости пластинки получено с использованием дельта функции Дирака. Кроме прямых подкрепляющих элементов, расположенных вдоль осей координат, используются и криволинейные элементы. Часто целью использования криволинейных элементов жесткости является изучение связи изгиба с кручением, что может быть использовано для управления собственными частотами и формами мод, как в [3]. В [4] с позиции нелинейной динамики рассмотрены пластины подкрепленные ребрами. Для решения задачи используется комбинация методов конечных разностей и Рунге-Кутты.

Свободным колебаниям гладких пластинок различной геометрии посвящено много работ, например [5] – [11]. В работе [5] предложен приближенный метод расчета спектра частот собственных колебаний прямоугольных пластин, основанный на эффективном задании аппроксимирующих функций. Для их построения используются самосопряженные одномерные дифференциальные уравнения, параметры которых оптимизируются. Для вычисления собственных частот колебаний прямоугольных металлических пластин в работе [6] применялись расчетные методы: аналитический и метод конечных элементов. В [7] получено аналитическое решение задачи о колебаниях ребристой пластины и абсолютно жесткого штампа, образующих стенки целевого канала, заполненного слоем вязкой несжимаемой жидкости при заданном гармоническом законе вибрации основания канала. В работе [8] вычислена первая собственная частота колебаний прямоугольной пластины с периодически изменяющейся толщиной методом осреднения. В работах [9] – [11] найдены собственные частоты и формы колебаний пластины, жестко закрепленной по всем сторонам или защемленной по двум противоположным краям и свободной по двум другим краям. На примере расчета квадратной пластины проведен анализ ее собственных частот и форм, выполнена оценка влияния граничных условий на колебания различных точек пластины.

В данной работе исследуются собственные колебания геометрически нерегулярной изотропной пластинки с шарнирно опертым краем. Дифференциальное уравнение для функции прогиба геометрически нерегулярной пластины получено вариационным путем и решено с использованием метода Бубнова-Галеркина. Проведен анализ влияния числа ребер, их высоты и ширины, и температуры предварительного нагрева на значения собственных частот колебаний.

1. Основные предположения и допущения. Рассмотрим прямоугольную пластинку со сторонами a и b , подкрепленную ребрами жесткости симметричными относительно срединной плоскости. Материал пластинки упругий, однородный, изотропный. Пластинка находится в постоянном температурном поле θ_0 .

Модель подчиняется следующим гипотезам:

- 1) Гипотеза Кирхгофа.
- 2) Гипотеза «сжатого ребра» – скоростью изменения всех функций по пространственной координате, перпендикулярной ребру, в зоне возмущения толщины пренебрегают.
- 3) Гипотеза температурного поля – нормаль к срединной плоскости не деформируется и не поворачивается при нагреве, отсутствуют внутренние источники тепла.
- 4) Гипотеза Дюгамеля-Неймана – при наличии перепада температур тела изменяют свои размеры прямо пропорционально этому перепаду.

Систему координат введем вдоль двух соседних сторон пластинки. Относительно ребер сделаем предположения [2]:

- 1) Действия ребер сосредоточены по линиям, совпадающим с координатными линиями срединной плоскости $x_1 = x_1^i$ (Рис. 1).
- 2) Деформация пластинки с ребрами происходит без изломов и разрывов на линиях их соединения.
- 3) Считаем, что ребра работают только на изгиб в плоскости $x_2 O x_3$.

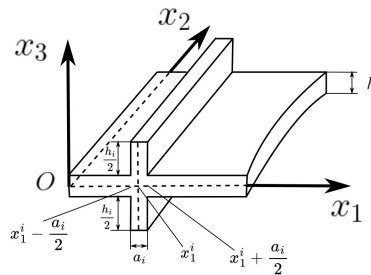


Рис. 1. Геометрически нерегулярная пластинка

Лицевые поверхности пластинки опишем функциями

$$Z^{\pm}(x_1) = \pm \left(\frac{h}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{2} \chi_i \right), \quad (1)$$

где $\chi_i = 1$ при $x \in (x_1^i - \frac{a_i}{2}; x_1^i + \frac{a_i}{2})$, иначе $\chi_i = 0$ или

$$\chi_i(x_1, x_1^i, a_i) = H \left(x_1 - \left(x_1^i - \frac{a_i}{2} \right) \right) - H \left(x_1 - \left(x_1^i + \frac{a_i}{2} \right) \right),$$

здесь $H(x_1 - x)$ – функция Хевисайда в точках $x_1^i \pm \frac{a_i}{2}$ не определена, но ограничена, причем

$$a_i \lim_{a_i \rightarrow 0} \frac{\chi_i}{a_i} = a_i \delta(x_1 - x_1^i),$$

$\delta(x_1 - x_1^i)$ – дельта функция Дирака, n – число ребер, которые расположены вдоль прямых $x_1 = x_1^i$, a_i и h_i – ширина и высота i -го ребра.

2. Вывод и решение уравнения изгиба геометрически нерегулярной пластинки. Для вывода дифференциального уравнения применяется вариационный принцип Гамильтона-Остроградского, тогда для истинного движения системы между двумя конфигурациями имеем

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta T - \delta \Pi + \delta A) dt = 0. \quad (2)$$

В уравнении (2) потенциальная и кинетическая энергия термоупругой системы имеют вид:

$$\begin{aligned} \Pi = & \int_0^a \int_0^b \left\{ D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right)^2 + 2\nu D \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} + D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right)^2 + 4G \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2 + \right. \\ & + T_{11} \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 + T_{12} \frac{\partial w}{\partial x_1} \frac{\partial w}{\partial x_2} + T_{22} \left(\frac{\partial w}{\partial x_2} \right)^2 + \sum_{i=1}^n T_{22}^p \left(\frac{\partial w}{\partial x_2} \right)^2 \delta(x_1 - x_1^i) + \\ & \left. + \sum_{i=1}^n D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right)^2 \delta(x_1 - x_1^i) \right\} dx_1 dx_2 \\ K = & \frac{\gamma}{g} \int_0^a \int_0^b \left(\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \sum_{i=1}^n h_i a_i \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \delta(x_1 - x_1^i) \right) dx_1 dx_2, \end{aligned}$$

а элементарная работа A внешних сил равна

$$A = \int_0^a \int_0^b q w dx_1 dx_2.$$

После преобразований и интегрирования получим дифференциальное уравнение для прогиба геометрически нерегулярной изотропной пластинки в виде:

$$\nabla^2 \nabla^2 w + \sum_{i=1}^n \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 \Phi_{3i} w_{,2222} a_i \delta(x_1 - x_1^i) - \frac{T_{22}}{D} w_{,22} + \sum_{i=1}^n \frac{T_{22}^p}{D} a_i w_{,22} \delta(x_1 - x_1^i) + \quad (3)$$

$$+ \frac{\gamma h}{gD} w_{,tt} + \sum_{i=1}^n \frac{\gamma h_i a_i}{gD} w_{,tt} \delta(x_1 - x_1^i) = \frac{q}{D},$$

в котором $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость, ν – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга, $\Phi_{3i} = 1 + 3\frac{h}{h_i} + 3\left(\frac{h}{h_i}\right)^2$, n – число ребер, которые расположены вдоль прямых $x_1 = x_1^i$, a_i – ширина i -го ребра, h_i – высота i -го ребра $\delta(y - y_i)$ – дельта функция Дирака, γ – удельный вес, g – интенсивность поля тяжести.

Уравнение (3) будем решать при краевых условиях

$$\text{при } x_1 = 0, x_1 = a \quad w = 0, M_{11} = 0; \quad (4)$$

$$\text{при } x_2 = 0, x_2 = b \quad w = 0, M_{22} = 0; \quad (5)$$

и начальных условиях

$$\text{при } t = 0, \quad w = \varphi(x_1, x_2), \quad \dot{w} = 0. \quad (6)$$

Усилия T_{11} , T_{22} , T_{11}^p , T_{22}^p , T_{12}^p возникающие в пластинке [12], когда она имеет плоскую форму равновесия, то есть находится в безмоментном состоянии, найдены из системы

$$T_{11,1} + T_{12,2} + \sum_{i=1}^n a_i T_{12,2}^p \delta(x_1 - x_1^i) = 0,$$

$$T_{22,2} + T_{12,1} + \sum_{i=1}^n a_i T_{22,2}^p \delta(x_1 - x_1^i) = 0,$$

которая решена при следующих краевых условиях

$$\text{при } x_1 = 0, x_1 = a \quad T_{12} = T_{11} = 0,$$

$$\text{при } x_2 = 0, x_2 = b \quad T_{12} = 0, v = 0.$$

Для решения безмоментной системы усилия выражены через компоненты поля перемещений и принимают вид

$$T_{11} = B(u_{,1} + \nu v_{,2} - (1 + \nu)\alpha\theta_0),$$

$$T_{22} = B(v_{,2} + \nu u_{,1} - (1 + \nu)\alpha\theta_0),$$

$$T_{12} = Gh(u_{,2} + v_{,1}),$$

здесь $B = \frac{Eh}{1-\nu^2}$, $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$. А краевые условия имеют вид

$$\text{при } x_1 = 0, x_1 = a : u_{,2} + v_{,1} = 0, \quad u_{,1} + \nu v_{,2} = (1 + \nu)\alpha\theta_0,$$

при $x_2 = 0, x_2 = b : u_{,2} + v_{,1} = 0, v = 0$.

Таким образом T_{22} и T_{22}^p принимают вид

$$T_{22} = -Eh\alpha\theta_0, \quad T_{22}^p = -Eh_i\alpha\theta_0.$$

Здесь α коэффициент теплового линейного расширения материала.

После **перехода к безразмерным переменным** по следующим формулам:

$$\xi = \frac{x_1}{a}, \quad \eta = \frac{x_2}{b}, \quad \xi_i = \frac{x_1^i}{a}, \quad w^* = \frac{w}{h}, \quad \tau = \frac{hc_1}{ab}t, \quad (7)$$

$$c_1^2 = \frac{E}{12(1-\nu^2)\rho}, \quad \rho = \frac{\gamma}{g}, \quad \theta_0^* = \left(\frac{a}{h}\right)^2 \alpha\theta_0,$$

получаем уравнение в безразмерной форме, в котором сразу заменили W^* на W

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + 2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \left(\frac{a}{b}\right)^4 \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} + \left(\frac{a}{b}\right)^4 \sum_{i=1}^n \left(\frac{h_i}{h}\right)^3 \Phi_{3i} \frac{a_i}{a} \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} \delta(\xi - \xi^i) - \\ & - 12(1-\nu^2)\theta_0 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} - 12(1-\nu^2)\theta_0 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{h} \frac{a_i}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \delta(\xi - \xi^i) + \\ & + 12(1-\nu^2) \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + 12(1-\nu^2) \left(\frac{a}{b}\right)^2 \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{h} \frac{a_i}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} \delta(\xi - \xi^i) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь использовано свойство дельта функции $\delta(ax) = \frac{1}{|a|}\delta(x)$

Решение уравнения (8), в случае шарнирного опирания краев пластинки, ищем в виде

$$w(\xi, \eta, \tau) = \sum_{k,m} \zeta_{km}(\tau) \sin(k\pi\xi) \sin(m\pi\eta), \quad (9)$$

при краевых условиях

$$\text{при } \xi = 0, \xi = 1 \quad w = 0, \quad w_{,11} = -\alpha\theta_0(1+\nu) \left(\frac{a}{h}\right)^2, \quad (10)$$

$$\text{при } \eta = 0, \eta = 1 \quad w = 0, \quad w_{,22} = -\alpha\theta_0(1+\nu) \left(\frac{a}{h}\right)^2, \quad (11)$$

и начальных условиях

$$\text{при } \tau = 0 : \quad w = A \sin(\pi\xi) \sin(\pi\eta), \quad \frac{\partial w}{\partial \tau} = 0. \quad (12)$$

Переход в краевых и начальных условиях (4), (5), (6) к условиям (10), (11), (12) осуществлен по формулам (7).

Подстановка решения (9) в дифференциальное уравнение (8) приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\zeta_{km}''(\tau) + \omega_{0,km}^2 \zeta_{km}(\tau) = 0,$$

$\omega_{0,km}^2$ принимают вид

$$\omega_{0,km}^2 = \frac{1}{12(1-\nu^2) \left(\frac{a}{b}\right)^2 \beta_i^s} \left(\left((k\pi)^2 + (m\pi)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \right)^2 + \right. \quad (13)$$

$$\left. + 2 \left(\frac{a}{b}\right)^4 (m\pi)^4 \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{a} \left(\frac{h_i}{h}\right)^3 \Phi_{3i} \sin^2(k\pi\xi^i) - 12(1-\nu^2)\theta_0 \left(\frac{a}{b}\right)^2 (m\pi)^2 \beta_i^s \right),$$

где $\beta_i^s = 1 + 2 \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{h} \frac{h_i}{h} \sin^2(k\pi\xi^i)$.

3. Численный эксперимент и анализ. Численный эксперимент состоит в вычислении значений собственных частот и построении функции прогиба при различных геометрических параметрах и температуры. На рисунке 2 показано расположение ребер относительно срединной плоскости пластинки, для случаев одного а), двух б) и трех в) ребер.

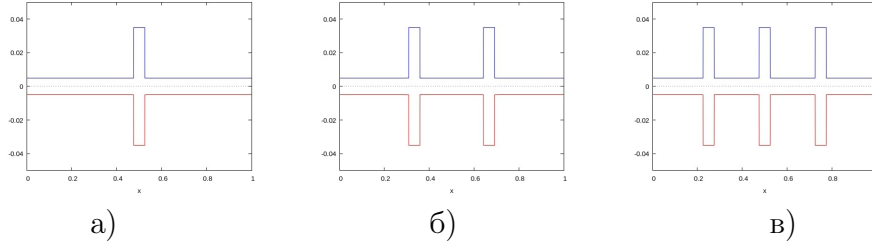


Рис. 2. Профиль пластинки

Для выяснения **достоверности** полученных результатов сравнили значения собственных частот колебаний пластин, подкрепленных ребрами двумя методами: Бубнова — Галеркина и методом конечных разностей второго порядка точности. По оси Ox отложены отношения объема присоединенных ребер V_m к объему пластины V , по оси Oy значение первой частоты. Для наглядности точки соединены линиями. Из приведенных графиков на рисунке 3 следует, что получено хорошее совпадение результатов принципиально разными по своей природе методами: конечно-разностный и вариационный методы. Предварительно исследовалась сходимость метода конечных разностей в зависимости от количество участков деления пластины по осям Ox и Oy .

Исследование приведем для материала со следующими механическими параметрами: $E = 330 \cdot 10^3 \text{ МПа}$, $\nu = 0,320$, $\alpha = 2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°C}}$, $\rho = 1500 \text{ кг/м}^3$ и геометрическими параметрами, если не указано иного, то $a = b$, $a/h = 80$, $a = 50$, одно ребро, и примем дополнительные параметры $p = \frac{h_i}{h} = 1, 3, 5, 10$, $a_i = h \cdot j$, j - параметр толщины ребра, $z = \frac{a}{b}$ - параметр отношения сторон пластинки

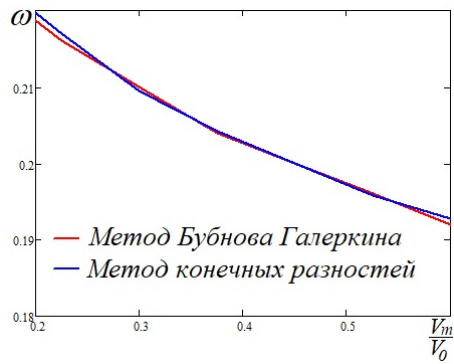


Рис. 3. Сравнение частоты ω_{11} разными методами

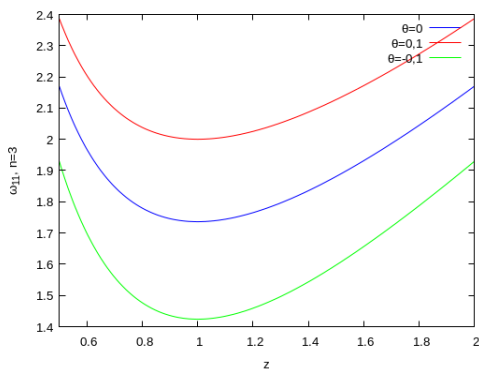


Рис. 4. Зависимость ω_{11} от отношения a/b

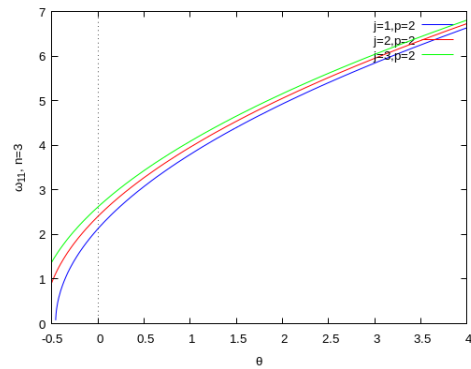


Рис. 5. Зависимость ω_{11} от температуры θ_0 при различных значениях h_i/h

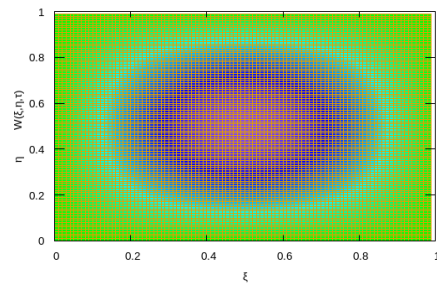
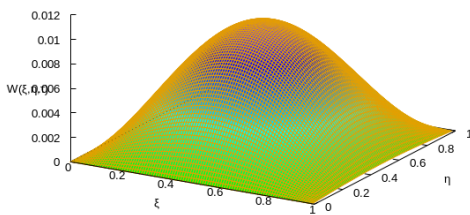
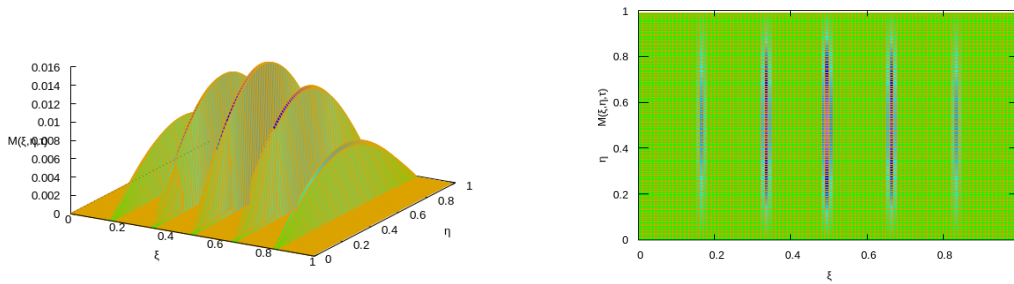


Рис. 6. $w(\xi, \eta)$

В результате исследований был проведен анализ влияния геометрических параметров и температуры на поведение собственных частот колебаний и сделаны следующие **выводы**:

Рис. 7. $M^p(\xi, \eta)$

- 1) Получена формула для вычисления собственной частоты методом Бубнова-Галёркина и проведено сравнение с результатами полученными методом конечных разностей второго порядка точности в сочетании с методом Рунге-Кутты четвертого порядка.
- 2) При отсутствии ребер и температуры частоты собственных колебаний, полученных по формуле (13), совпадают с частотами в классическом случае [13].
- 3) При удлинении пластинки частота изменяется в соответствии с рисунком 4. Наименьшие значения частота принимает у квадратной пластинки.
- 4) При увеличении температуры частоты собственных колебаний увеличивается с ростом параметров. Графики поведения значений собственной частоты ω_{11} , для различных значений отношения высоты ребра к толщине пластинки, приведены на рисунке 5.
- 5) Собственная частота колебаний с увеличением числа ребер и с увеличением их высоты увеличивается не по линейному закону.
- 6) Сходимость метода исследована двумя способами: стандартным и змейкой [14], и подтверждается значением абсолютной погрешности, которое не превосходит 0,07. В таблице 1 приведены значения функции прогиба для пластинки с одним и тремя ребрами. Это сравнение построенных функций в зависимости от членов ряда (9) позволяет сделать вывод что достаточно взять одно или два слагаемых.
- 7) На рисунках 6 – 7 приведена визуализация поверхности прогиба и распределения моментов на пластинке с ребрами и соответствующие им линии уровней.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. 100 %.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

$W(0, 3; 0, 7)$, одно ребро, $\tau = 26$, $b = 2a$			
способ сложения \ число слагаемых	4	9	16
стандартное	-0,1135	-0,1095	-0,0923
змейкой	-0,1128	-0,0942	-0,0800
$W(0, 3; 0, 7)$, три ребра, $\tau = 26$, $b = 2a$			
способ сложения \ число слагаемых	4	9	16
стандартное	-0,1218	-0,1039	-0,0790
змейкой	-0,1098	-0,0834	-0,0928

Таблица 1. Значение функции прогиба при разном числе слагаемых ряда и способе сложения

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. 100 %.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding. This study was not supported by any external sources of funding.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Белосточный Г.Н., Рассудов В.М. Континуальная модель термоупругой ортотропной системы «оболочка - ребра» с учетом влияния больших прогибов // Механика деформируемых сред. Т.8, 1983. С. 10-22. EDN: UTEGRD
- [2] Белосточный Г.Н., Рассудов В.М. Устойчивость нагретых пластинок, подкрепленных ребрами жесткости // Механика деформируемых сред. Т.5, 1978. С. 124-137. EDN: VCLKCD
- [3] Locatelli D, Mulani SB, Karania RK. Wing-box weight optimization using curvilinear spars and ribs (SpaRibs) // J Aircraft 2011; 48(5):1671–1684. DOI:10.2514/1.C031336
- [4] Awrejcewicz J., Krysko A. V., Krysko V. A., Babenkova V. V., Mrozowski J., Papkova I. V. Chaos vibrations of two-layered beams and plates with design nonlinearities // Bifurcation and Chaos. – 2011; Vol. 21, No. 10: 2837-2851. DOI:10.1142/S0218127411030179
- [5] Власова Е.В. Об определении частот собственных колебаний прямоугольных пластин с одной свободной кромкой // Вестник ВГУ, серия: Физика. Математика, 2007, № 1. С. 42-45. EDN: OYXODL
- [6] Морозов Н.А., Гребенюк Г.И., Максак В.И., Гаврилов А.А. Исследования собственных колебаний прямоугольных пластин // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2023. Т. 25. № 3. С. 96–111. DOI:10.31675/1607-1859-2023-25-3-96-111. EDN: IBTUVQ
- [7] Скородумов Е.С., Кондратов Д.В., Кузнецова Е.Л., Могилевич Л.И., Попов В.С. Колебания геометрически нерегулярной пластины и штампа, взаимодействующих друг с другом через слой вязкой жидкости // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 11-2, 2016. С. 37-53. EDN: XDYLUX
- [8] Наумова Н.В., Иванов Д. Н., Дорофеев Н.П. Колебания пластины с периодически изменяющимися параметрами // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2021. Т. 8. Вып. 4. С. 661–669. DOI:10.21638/spbu01.2021.412
- [9] Еремьянц В.Э., Панова Л.Т., Асанова А.А. Анализ собственных частот и форм колебаний прямоугольной пластины, защемленной по двум противоположным краям // Вестник Кыргызско-Российского Славянского университета. 2009. Т. 9. № 1. С. 64-70.

- [10] Крылова Е.Ю. Поведение гибкой сетчатой пластины, находящейся в электростатическом поле // Вычислительная механика сплошных сред. 2023. Т. 16. № 3. С. 387-400. DOI:10.7242/1999-6691/2023.16.3.33
- [11] Крылова Е.Ю., Саркисян С.О. Изучение электромеханического поведения графена на основе моментно-мембранной теории упругих пластин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2023. № 4. С. 54-67 DOI:10.15593/perm.mech/2023.4.06
- [12] Папкович П.Ф. Строительная механика корабля. Часть I. Том 1. М.: Морской транспорт, 1945. 618 с.
- [13] Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: «Наука», 1967. – 964 с.
- [14] Бессонов Л. В. Численная реализация метода последовательного возмущения параметров при расчете напряжённо-деформированного состояния оболочечной конструкции в случае жесткого закрепления краев оболочки // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. Т. 15, № 1, 2015. С. 74-79. DOI:10.18500/1816-9791-2015-15-1-74-79

REFERENCES

- [1] Belostochny G. N., Rassudov V. M. Continuum model of thermoelastic orthotropic system «shell - ribs» taking into account the effect of large deflections // Mechanics of deformable mediums. 1983. no. 8. P. 10–22. EDN: UTEGRD. (in Russian).
- [2] Belostochny G. N., Rassudov V. M. Stability of heated plates supported by stiffeners // Mechanics of deformable mediums. 1978. no. 5. P. 124–137. EDN: VCLKCD. (in Russian).
- [3] Locatelli D., Mulani SB., Kapania RK. Wing-box weight optimization using curvilinear spars and ribs (SpaRibs) // J Aircraft. 2011. no. 48(5). P. 1671–1684. DOI: 10.2514/1.C031336.
- [4] Awrejcewicz J., Krysko A. V., Krysko V. A. et al. Chaos vibrations of two-layered beams and plates with design nonlinearities // Bifurcation and Chaos. 2011. no. 21(10). P. 2837–2851. DOI: 10.1142/S0218127411030179.
- [5] Vlasova E.V. Determination of characteristic vibration frequencies for the rectangular plate with a free boundary // Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics. 2007. no. 1. P. 42–45. EDN: OYXODL. (in Russian).
- [6] Morozov N.A., Grebenyuk G.I., Maksak V.I., Gavrilov A.F. Free vibrations of rectangular plates // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Journal of Construction and Architecture. 2023. no. 25(3). P. 96–111. EDN: IBTUVQ. DOI: 10.31675/1607-1859-2023-25-3-96-111. (in Russian).
- [7] Skorodumov E.S., Kondratov D.V., Kuznetsova E.L. et al. The oscillations of geometrically irregular plate and stamp, interacting through the viscous liquid layer // News of the Tula state university. Technical sciences. 2016. no. 11 (2). P. 37 – 53. EDN: XDYLUX. (in Russian).
- [8] Naumova N. V., Ivanov D. N., Dorofeev N. P. Plate vibrations with periodically changing parameters // Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy. 2021. no. Vol 8, № 4. P. 661 – 669. DOI: 10.21638/spbu01.2021.412. (in Russian).
- [9] Eremyants V.E., Panova L.T., Asanova A.A. Analysis of natural frequencies and forms of vibrations of a rectangular plate pinned at two opposite edges // Herald of KRSU. 2009. no. Vol. 9, No. 1. P. 64 – 70. EDN: LLALVF. (in Russian).
- [10] Krylova E.Yu. Behavior of a flexible mesh plate placed in an electrostatic field // Computational Continuum Mechanics. 2023. no. 16(3). P. 387 – 400. DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.3.33. (in Russian).

- [11] Krylova E.Yu., Sargsyan S.H. Studying Graphene Electromechanical Behavior Based on the Elastic Plates Moment-Membrane Theory // PNRPU Mechanics Bulletin. 2023. no. 4. P. 54 – 67. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.4.06. (in Russian).
- [12] Папкович П.Ф. The structural mechanics of a ship. Part I. Vol. 1. М. : Sea transport, 1945. 618 p. (in Russian).
- [13] Волмир А.С. Stability of deformable systems. М. : Nauka, 1967. 964 p. (in Russian).
- [14] Бессонов Л.В. Numerical Implementation of Method of Subsequent Perturbation of Parameters for Computation of Stress-Strain State of a Shell Rigidly Fixed on the Boundaries // Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics. 2015. no. Vol. 15, № 1. P. 74 – 79. EDN: TMMCLX. DOI: 10.18500/1816-9791-2015-15-1-74-79. (in Russian).

В. А. Худякова, С. Г. Жилин, В. В. Предеин, Н. А. Богданова

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МИКРОТВЕРДОСТИ ЖЕЛЕЗОАЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ ОТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАГРЕВА ИСХОДНЫХ ШИХТОВЫХ МАТЕРИАЛОВ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ АЛЮМОТЕРМИТНОГО ПЕРЕПЛАВА

*Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, Комсомольск-на-Амуре,
Россия*

Аннотация. В машиностроении, металлургии и электротехнике различные фазы интерметаллидных железоалюминиевых сплавов, ввиду высокой стойкости к коррозии и абразивному износу, находят применение в качестве покрытий элементов конструкций, эксплуатирующихся в условиях сложного нагружения и высоких температур. Относительно невысокая стоимость и распространенность компонентов таких сплавов определяет экономическую целесообразность их применения. Промышленное получение таких сплавов и покрытий на их основе, как правило, осуществляется в ходе значительного числа технологических операций, что затрудняет расширение номенклатуры изделий и определяет пути поиска альтернативных методов. Применение алюмотермитного перепада шихтовых материалов, состоящих из смеси фракций окислы и алюминидных сплавов, позволяет свести процесс получения интерметаллидных сплавов на основе Fe-Al практически до одной стадии. Ввиду недостатка практических сведений о таком процессе, прогнозирование свойств итоговых сплавов в настоящее время представляется затруднительным. В ходе серии предварительных исследований удалось получить сплавы с содержанием Al, превышающим 50 %. В работе представлены результаты экспериментов по определению влияния дополнительного тепла, вносимого в исходные материалы, на ряд характеристик и значения микротвердости железоалюминиевых сплавов, получаемых экзотермическим перепадом термитных шихт.

Ключевые слова: термитная шихта, теплофизическое воздействие, алюминиды железа, прочность материала, твердость интерметаллидного сплава.

Худякова Вилена Александровна, аспирант; e-mail: ms.viliena@mail.ru; AuthorID: 1216752

Жилин Сергей Геннадьевич, кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории проблем создания и обработки материалов и изделий; e-mail: sergeyzhilin1@rambler.ru; <https://orcid.org/0000-0002-0865-7109>; AuthorID: 177858

Предеин Валерий Викторович, кандидат технических наук, научный сотрудник лаборатории проблем создания и обработки материалов и изделий; e-mail: predein3@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-5808-2104>; AuthorID: 508510

Богданова Нина Анатольевна, младший научный сотрудник лаборатории проблем создания и обработки материалов и изделий; e-mail: joyful289@inbox.ru; <https://orcid.org/0000-0002-8769-8194>; AuthorID: 644043