

Р. И. Изюмов, А. Л. Свистков

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОДПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР НАПОЛНЕННЫХ ЭЛАСТОМЕРОВ В ПОЛУКОНТАКТНОМ РЕЖИМЕ АТОМНО-СИЛОВОГО МИКРОСКОПА

*Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия*

**Аннотация.** Целью работы являлось разработать методику построения структуры приповерхностного слоя исследуемого материала методами атомно-силовой микроскопии. Метод подходит для изучения мягких наполненных материалов и заключается в построении трехмерного изображения скрытой под поверхностью структуры жесткого наполнителя с использованием данных полуконтактного режима атомно-силового микроскопа (АСМ): фазового портрета и карты рельефа поверхности образца. В модели зонд АСМ рассматривается как пружинный маятник с заданными (жесткость и резонансная частота) и расчетными (эффективная масса и внутренняя вязкость) параметрами. Параметры численной модели описывают реальную экспериментальную установку. Поведение материала описывается упругой моделью, диссипация реализуется силами адгезии, которые втягивают зонд в материал после контакта с его поверхностью. Для заданного материала и параметров эксперимента полученная карта фазового сдвига интерпретируется как результат воздействия жестких объектов, расположенных на определенной глубине. Значения этих глубин преобразуются в рельеф скрытых подповерхностных структур.

**Ключевые слова:** атомно-силовая микроскопия, полуконтактный режим, математическая модель, фазовый сдвиг, подповерхностная структура.

**Изюмов Роман Игоревич**, м.н.с. лаборатории микромеханики структурно-неоднородных сред ИМСС УрО РАН; e-mail: izumov@icmm.ru; <https://orcid.org/0000-0002-2083-039X>; AuthorID: 642321

**Свистков Александр Львович**, доктор физико-математических наук, зав. лаб. микромеханики структурно-неоднородных сред ИМСС УрО РАН; e-mail: svistkov@icmm.ru; <https://orcid.org/0000-0002-4754-5214>; AuthorID: 3604

**для цитирования:** Изюмов Р.И., Свистков А.Л. Математическая модель исследования подповерхностных структур наполненных эластомеров в полуконтактном режиме атомно-силового микроскопа // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2024. № 3(61). С. 32–42. DOI: 10.37972/chgpu.2024.61.3.004 EDN: MWK GK L

Статья опубликована на условиях лицензии *Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)*.

© Изюмов Р.И., Свистков А.Л. 2024

Поступила: 21.09.24; принята в печать: 29.11.24; опубликована: 24.12.24.

R. I. Izyumov A. L. Svistkov

## MATHEMATICAL MODEL OF INVESTIGATION OF SUBSURFACE STRUCTURES OF FILLED ELASTOMERS IN SEMI-CONTACT MODE OF ATOMIC FORCE MICROSCOPE

*Institute of Continuous Media Mechanics, Perm, Russia*

**Abstract.** The aim of the work was to develop a method of constructing the structure of the near-surface layer of the investigated material by atomic force microscopy. The method is suitable for the study of soft filled materials and consists in creating a three-dimensional image of the structure of a stiff filler hidden under the surface using data from the semi-contact mode of the atomic force microscope (AFM): phase portrait and relief map of the sample surface. In the model, the AFM probe is treated as a spring pendulum with specified (stiffness and resonant frequency) and calculated (effective mass and internal viscosity) parameters. The parameters of the numerical model describe a real experimental setup. The behaviour of the material is described by an elastic model, dissipation is represented by adhesion forces that pull the probe into the material after contact with its surface. For a given material and experiment parameters, the resulting phase shift map is interpreted as the result of rigid objects located at a certain depth. The values of these depths are converted into the topography of hidden subsurface structures.

**Keywords:** Atomic Force Microscopy, Tapping Mod, Mathematical Model of Interaction, Phase Shift, Subsurface Structure.

**Roman I. Izyumov**, junior researcher of the lab of micromechanics of structurally inhomogeneous media of ICMM UB RAS; e-mail: izumov@icmm.ru; <https://orcid.org/0000-0002-2083-039X>; AuthorID: 642321

**Alexander L. Svistkov**, Doctor of physical and mathematical sciences, head of the lab of micromechanics of structurally inhomogeneous media of ICMM UB RAS; emailsvistkov@icmm.ru; <https://orcid.org/0000-0002-4754-5214>; AuthorID: 3604

**to cite this article:** Izyumov R. I., Svistkov A. L. Mathematical model of investigation of subsurface structures of filled elastomers in semi-contact mode of atomic force microscope // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2024. No 3(61). p. 32–42. DOI: 10.37972/chgpu.2024.61.3.004 EDN: MWKGKL

*This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)*

**Введение.** Атомно-силовой микроскоп - это инструмент для изучения физических свойств и структуры объектов нанометрового масштаба. В так называемом полуконтактном режиме острый зонд, расположенный на свободном конце балки, касается образца [1, 2]. Закрепленный конец алки совершает при этом гармонические колебания. АСМ регистрирует разность (сдвиг) фаз между колебаниями кончика кантилевера и его основания.

Первой задачей данной работы являлось теоретическое обоснование гипотезы о том, что фазовый портрет может содержать информацию о структуре приповерхностного слоя. Известны исследования в этом направлении [3–5]; преимуществом нашего метода являются скорость и малое воздействие на образец. Вторая задача заключалась в разработке алгоритма получения информации о структуре подповерхности. Полученная методика должна позволить изучать мягкие неоднородные материалы, такие как наполненные эластомеры.

**1. Фазовый сдвиг и эффективная жесткость.** В чем может быть причина сдвига фаз? Сдвиг фаз отражает диссипацию энергии. Причинами этого может быть: вязкое или пластическое поведение материала, разрушение поверхности, капиллярные явления и т.д.

В нашем случае исследуемый материал является чисто упругим. Поэтому важным фактором диссипации является изменение границ между средами, сопровождающееся изменением поверхностной энергии. Поверхностные эффекты играют значительную роль при взаимодействии на нанометровом уровне. Приведем несколько примеров работ, в которых такие эффекты изучались экспериментально и теоретически [6–9].

На рис. 1 красным цветом отмечены участки поверхности зонда и образца. До контакта это были границы «воздух-зонд» и «воздух-образец», которые имели энергии  $\gamma_{31}$  и  $\gamma_{32}$  соответственно. После вдавливания эти границы исчезают, а вместо них появляется граница «зонд-образец» с энергией  $\gamma_{12}$ .

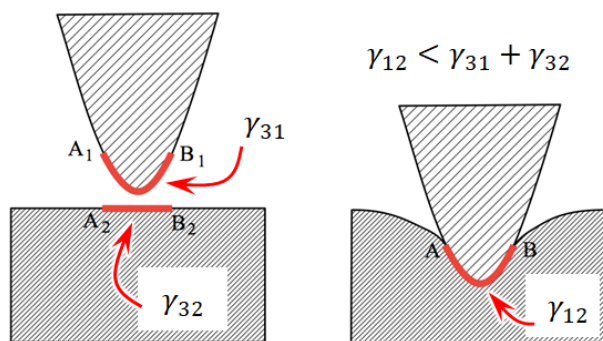


Рис. 1. Преобразование границ двух сред ( $A_1B_1$  и  $A_2B_2$ ) в одну ( $AB$ ) в результате контакта

Если выполняется условие  $\gamma_{12} < \gamma_{31} + \gamma_{32}$ , то энергетически выгодно увеличивать границу «зонд-образец», и это будет продолжаться до тех пор, пока силы

втягивания не уравновесится силами упругой реакции образца на проникновение. Это очень быстрый процесс, который выглядит как нисходящий скачок на кривой вдавливания.

Существует также взаимодействие до контакта, но оно имеет гораздо меньший эффект. В работе [10] было показано, что для зонда с радиусом кончика 6 нм скачок в полимерный материал составит около 0.57 нм, хотя в экспериментах регистрировались скачки в десятки нм. При обратном движении зонда в модели без прилипания скачка не будет. Поэтому возникнут диссипативные потери энергии. Они приведут к появлению фазового сдвига.

Важной особенностью при подготовке поверхности образца является то, что эксперимент проводится с наноккомпозитом с активным наполнителем. Частицы наполнителя имеют высокую степень взаимодействия с эластомером. При подготовке образца создается новая чистая поверхность. Это достигается путем разрезания или разрыва. Процесс образования новой поверхности связан с ростом трещины, которой энергетически выгодно обойти агрегаты активных частиц наполнителя на определенном расстоянии. Поэтому вновь созданная поверхность будет иметь везде одинаковую поверхностную энергию (рис. 2).

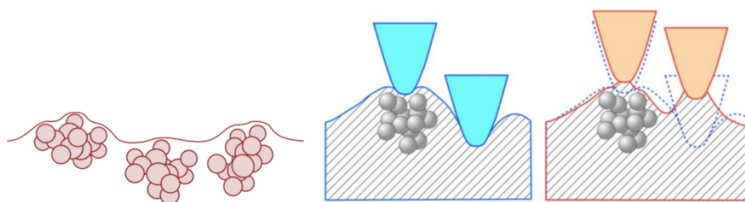


Рис. 2. Поверхность покрыта слоем полимерного материала - поверхностная энергия везде одинакова. Фактором, обеспечивающим изменение фазового сдвига, будет наличие неоднородного распределения «эффективной жесткости»

Поэтому диссипация зависит только от глубины скачка, совершаемого при введении зонда в материал. А глубина скачка зависит от «эффективной жесткости материала», то есть от того, насколько глубоко под поверхность находится частица наполнителя (рис. 2).

**2. Уравнение движения.** Динамический отклик системы кантилевер-зонд, управляемого внешним синусоидальным сигналом, моделировался различными авторами [11–14]. Доминирующими вкладками в уравнение движения кантилевера являются его упругий отклик, гидродинамическое демпфирование со средой, взаимодействие острия с образцом и сила возбуждения.

Для описания движения зонда используется модель пружинного маятника с постоянной жесткостью  $k$ , резонансной угловой частотой  $\omega_0$ , эффективной массой  $m = k/\omega_0^2$ .

Движение зонда  $z$  описывается нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка:

$$m \frac{dz^2}{dt^2} = -kd - \mu \frac{dz}{dt} - F, \quad (1)$$

где:  $b$  – положение основания кантилевера,  $d$  – изгиб кантилевера,  $\mu$  – коэффициент диссипации,  $F$  – сила взаимодействия между зондом и образцом.

$$b = B_0 + B \cos \omega_0 t \quad (2)$$

$$d = z - b \quad (3)$$

Колебания передаются основанию в соответствии с уравнением (2), которое входит в уравнение (1) через соотношение (3). Это связь между изгибом кантилевера и положением его кончика и основания.

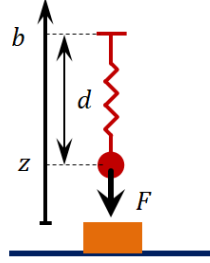


Рис. 3. Схема модели – пружинный маятник

В первом приближении нашей работы взаимодействие с образцом задается моделью Дерягина-Мюллера-Топорова (ДМТ) [15]:

$$F = c(-z)^{1.5} - F_A, \text{ если } z \leq 0 \text{ иначе: } F = 0, \quad (4)$$

где:  $c = 4/3ER^{1/2}/(1 - \nu^2)$ ,  $F_A = 2\pi R\gamma_{12} = 2\pi R\sqrt{\gamma_{11}\gamma_{22}}$ . Плотность поверхностной энергии  $\gamma_{12}$  на границе контакта зонд-образец определяется по упрощенной формуле из работы [16].

*2.1. Однократное вдавливание для образцов с различной жесткостью.* На примере численного эксперимента, моделирующего вдавливание с небольшой скоростью, можно показать, как жесткость материала влияет на рассеивание энергии в системе. На рис. 4 представлены кривые вдавливания, полученные при прямом и обратном движении кантилевера. Параметры кантилевера CSG30 взяты из источника [17]:  $R = 10$  нм,  $k = 0.6$  Н/м,  $f_0 = 48$  кГц.

Согласно этим результатам, можно отметить существенное влияние жесткости образца на гистерезис: при индентировании материала с модулем упругости  $E = 10$  МПа гистерезис на 40% больше, чем для материала с  $E = 100$  МПа.

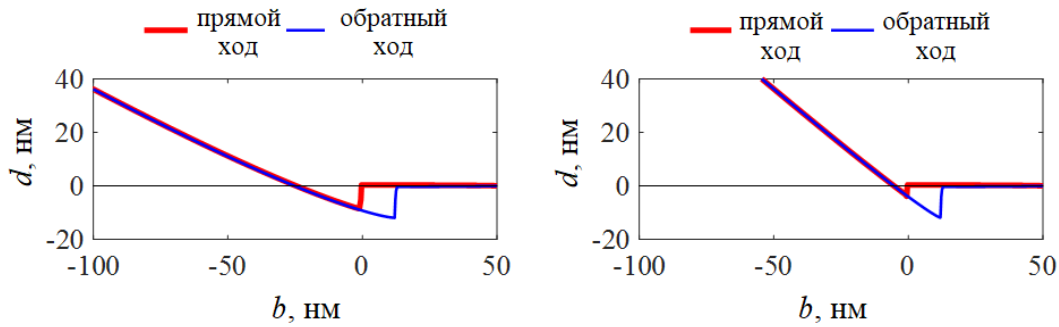


Рис. 4. Кривые индентирования образца с модулем упругости  $E = 10$  МПа (слева) и  $100$  МПа (справа)

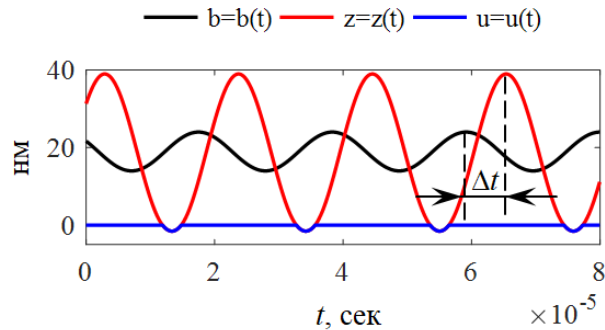


Рис. 5. Реализация модели в полуконтактном режиме ACM. Черная линия обозначает перемещение основания, красная - положение зонда, а синяя - глубину вдавливания

*2.2. Полуконтактный режим.* Для моделирования полуконтактного режима использовались те же параметры кантилевера (CSG30) и образца с модулем  $E = 10$  МПа.

На рис. 5 видно, что влияние адгезии не очень заметно. Это связано с тем, что при увеличении частоты колебаний зонда в нашей модели начинает преобладать очень высокий динамический эффект запаздывания. При частоте  $100$  Гц наблюдается классическая картина вдавливания. Но зонд должен работать на частотах в десятки кГц, где мы можем отслеживать только фазовый сдвиг (рис. 6).

На рис. 6 показано влияние жесткости образца на фазовый сдвиг. Дополнительными параметрами модели являются:  $B = 5$  нм,  $A = 44$  нм,  $B_0 = A/2$ .

Анализ модели позволяет сделать вывод, что, используя экспериментальные данные по фазовому сдвигу, можно получить однозначную информацию о жесткости (или эффективной жесткости, если речь идет о неоднородном образце) поверхностного слоя образца из полученных результатов моделирования с заданными параметрами колебаний.

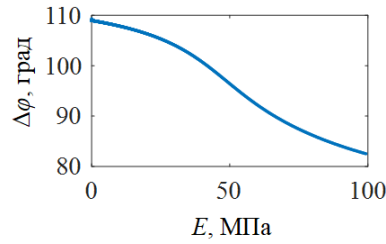


Рис. 6. Зависимость фазового сдвига от жесткости образца

**3. Алгоритм преобразования данных.** Таким образом, алгоритм преобразования данных можно сформулировать в виде следующих четырех этапов: Этап 1. Для первого этапа необходимо иметь экспериментальные данные и получить теоретические данные с помощью предложенной модели (рис. 7). Для наглядности рассмотрим поперечное сечение карты фазового сдвига в области 200 нм. Используя разработанную модель, была рассчитана зависимость фазового сдвига от жесткости образца. Данные получены для кантилевера с  $k = 35$  Н/м,  $R = 10$  нм. Параметры колебаний:  $B = 0.6$  нм,  $A = 51.4$  нм,  $B_0 = A/2$ .

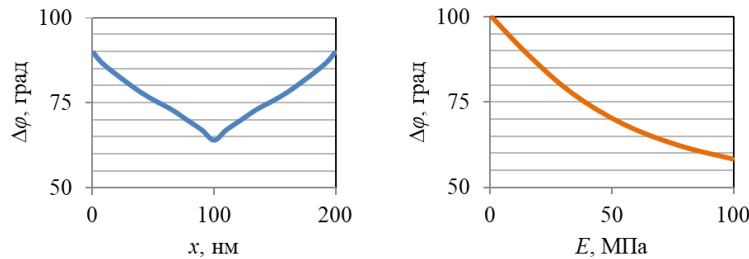


Рис. 7. Экспериментальные данные: фазовый портрет (слева) и теоретическая зависимость  $\Delta\phi(E)$  (справа)

Этап 2. Преобразование осуществляется путем замены значений фазового сдвига на значения жесткости  $K(x)$  в соответствии с теоретической зависимостью  $\Delta\phi(E)$ . Кроме того, производится нормализация данных. Для этого используется значение жесткости  $E_0$  ненаполненного образца:  $K(x) = E(x)/E_0$ . Результат второго этапа представлен на рис. 8.

Этап 3. Для получения окончательного результата необходимо провести исследование с использованием конечно-элементного (КЭ) моделирования, которое позволит установить соответствие между структурой приповерхностного слоя и его эффективной жесткостью.

Для исследования в КЭ модели необходимо описать взаимодействие зонда с наполненным упругим материалом (рис. 9). Необходимо учитывать различные размеры включений  $R_i$  и их глубину  $H$ . Зонд вдавливается на фиксированную

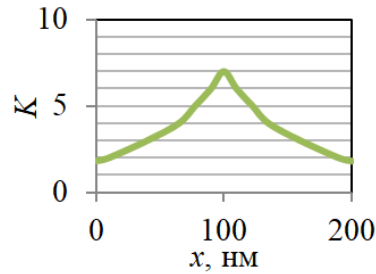


Рис. 8. Преобразованные и нормализованные данные

глубину  $H$  в различных точках поверхности  $x$ , и определяется необходимое для этого усилие  $F_h$ . Результатом моделирования является распределение силы по поверхности образца  $F_h(x)$ . Конечный результат также нормируется по отношению к значению силы  $F_0$  для случая с ненаполненным образцом.

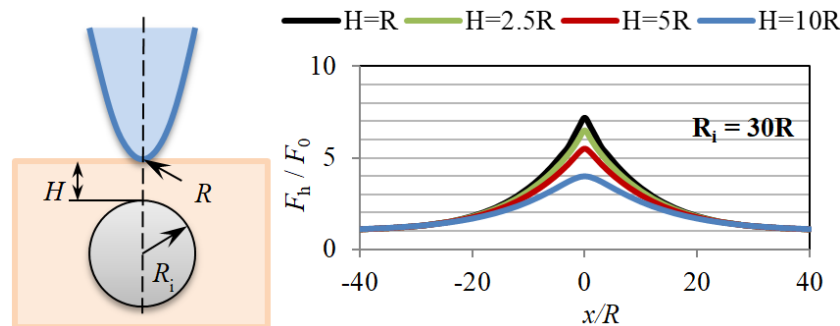


Рис. 9. Схематическое изображение геометрии из КЭ-модели (слева) и результат моделирования

Предварительные исследования [18] показывают, что каждой паре параметров  $(R_i, H)$  соответствует единственная зависимость  $F_h(x)/F_0$  с уникальной формой кривой (рис. 9). Физический смысл полученного результата - эффективная жесткость поверхности  $K(x) = F_h(x)/F_0$ .

Этап 4. Для завершения необходимо объединить данные, полученные на этапах 2 и 3: из  $\Delta\phi(E)$   $\Delta\phi(x)$  получаем  $K(x) = E(x)/E_0$  с другой стороны, зная  $(R_i, H)$ , получаем  $F_h(x)/F_0 = K(x)$ . Таким образом, получаем соответствие между парой параметров, определяющих форму и глубину подповерхностного рельефа, и фазовым портретом поверхности. Для построения окончательного рельефа необходимо совместить полученную поверхность с экспериментальными АСМ-данными о рельефе образца.

Пример работы предложенного алгоритма показан на рис. 10. Для наглядности в качестве математического преобразования фазового сдвига используется простое линейное преобразование.



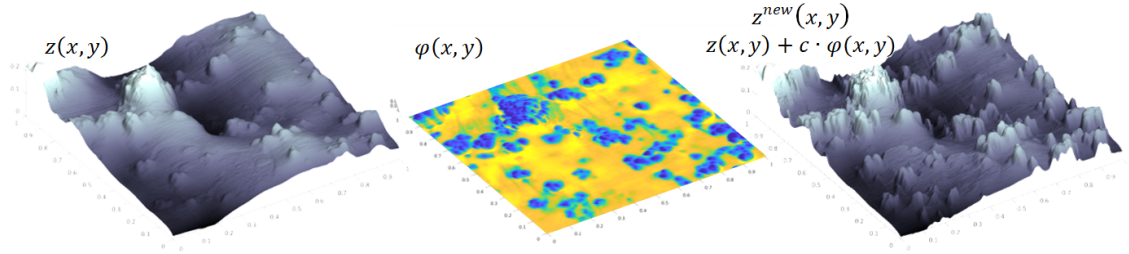


Рис. 10. Рельеф поверхности  $z(x, y)$  (размер  $1 \times 1$  мкм), фазовый портрет  $\phi(x, y)$  и новая поверхность  $z^{new}(x, y)$ , которая является линейной комбинацией рельефа и фазового портрета. В первом приближении фазовый портрет, умноженный на константу, просто добавлялся к рельефу

На рис. 10 показано, как на относительно гладких участках появляются новые детали рельефа. Это можно сравнить с тем, как прорисовывается подводный рельеф с помощью эхолота.

**4. Заключение.** В результате исследования было дано теоретическое обоснование возможности использования фазового портрета для изучения подповерхностной структуры мягких наполненных материалов. Для этого была разработана математическая модель движения и взаимодействия АСМ-зонда с поверхностью образца. Эта модель используется в предложенном алгоритме преобразования карты фазового сдвига и получения информации о структуре приповерхностного слоя. Показана схема работы этого алгоритма.

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНО

**Вклад авторов.** Р.И. Изюмов: написание текста рукописи, обзор литературы, согласование финальной версии рукописи, проведение экспериментов, программирование, А.Л. Свистков: концептуальная постановка, программирование, редактирование текста рукописи.

**Конфликт интересов.** Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

**Источник финансирования.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Пермского края, проект № 20-48-596013 и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках госбюджетной темы (рег. номер АААА-А20-120022590044-7).

#### ADDITIONAL INFORMATION

**Authors' contribution.** R.I. Izyumov: writing the text of the manuscript, reviewing the literature, agreeing on the final version of the manuscript, conducting experiments, programming, A.L. Svistkov: conceptual production, programming, editing the text of the manuscript.

**Competing interests.** The authors declare that they have no competing interests.

**Funding.** The reported study was funded by RFBR and Perm Territory, project number 20-48-596013 and the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (theme No. АААА- А20-120022590044-7).

**ЛИТЕРАТУРА**

- [1] Martin Y., Williams C. C., Wickramasinghe H. K. Atomic force microscope–force mapping and profiling on a sub 100-Å scale // *Journal of Applied Physics*. 1987. no. 61. 4723. DOI: 10.1063/1.338807.
- [2] Meyer G., Nabil M. Erratum: Novel optical approach to atomic force microscopy // *Applied Physics Letters*. 1988. no. 53. 1045. DOI: 10.1063/1.100425.
- [3] Sharahi H. J., et. al. Contrast mechanisms on nanoscale subsurface imaging in ultrasonic AFM: scattering of ultrasonic waves and contact stiffness of the tip–sample // *Nanoscale*. 2017. no. 9 (6). P. 2330–2339. DOI: 10.1039/c6nr09124e.
- [4] Soliman M., et al. Nanoscale subsurface imaging // *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2017. no. 29. 173001. DOI: 10.1088/1361-648X/aa5b4a.
- [5] Verbiest G. J., et. al. Subsurface-AFM: sensitivity to the heterodyne signal // *Nanotechnology*. 2013. no. 24. 365701. DOI: 10.1088/0957-4484/24/36/365701.
- [6] Svistkov A. L., Izyumov R. I. Influence of interface phenomena on the features of interaction between the probe of atomic force microscope and soft material // *Mechanics of Materials*. 2020. no. 148. 103500. DOI: 10.1016/j.mechmat.2020.103500.
- [7] Izyumov R. I., Svistkov A. L. Effect of surface tension forces on changes in the surface relief of the elastomer nanocomposite // *Nanoscience and Technology: An International Journal*. 2019. no. 10 (1), P. 51–66. DOI: 10.1615/NANOSCITECHNOLINTJ.2018029558.
- [8] Rimai D., Quesnel D., Busnaina A. The adhesion of dry particles in the nanometer to micrometer-size range // *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2000. no. 165 (1–3), P. 3–10. DOI: 10.1016/S0927-7757(99)00439-2.
- [9] Style R. W., et. al. Surface tension and contact with soft elastic solids // *Nature Communications*. 2013. no. 4, P. 2728–2733. DOI: 10.1038/ncomms3728.
- [10] Svistkov A. L., Izyumov R. I. Influence of intermolecular interaction force on the jump magnitude of the atomic force microscope probe during indentation of soft material // *Nanoscience and Technology: An International Journal*. 2020. no. 11 (1). P. 55–71. DOI: 10.1615/NanoSciTechnolIntJ.2020032629.
- [11] Eslami S., Jalili N. A comprehensive modeling and vibration analysis of AFM microcantilevers subjected to nonlinear tip-sample interaction forces // *Ultramicroscopy*. 2012. no. 117. P. 31–45. DOI: 10.1016/j.ultramicro.2012.03.016.
- [12] Li Z., Shi T., Xia Q. Design optimization of high performance tapping mode AFM probe // *Microsystem Technologies*. 2018. no. 24(2). P. 979–987. DOI: 10.1007/s00542-017-3442-5.
- [13] Sahoo D. R., et. al. High-throughput intermittent-contact scanning probe microscopy // *Nanotechnology*. 2010. no. 21 (7). 075701. DOI: 10.1088/0957-4484/21/7/075701.
- [14] Vatankhah R. Nonlinear vibration of AFM microcantilevers with sidewall probe // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2017. no. 39. P. 4873–4886. DOI: 10.1007/s40430-017-0823-8.
- [15] Derjaguin B. V., Muller V. M., Toporov Y. P. Effect of contact deformations on the adhesion of particles // *Journal of Colloid and Interface Science*. 1975. no. 53 (2). P. 314–326. DOI: 10.1016/0021-9797(75)90018-1.
- [16] Marshall J. S., Li Sh. *Adhesive particle flow: a discrete-element approach*. New York: Cambridge University Press, 2014. 342 p. DOI: 10.1017/CBO9781139424547.
- [17] NTMDT, CSG30, Homepage, <https://ntmdt-russia.com/product/csg30>
- [18] Izyumov R. I., Sokolov A. K., Svistkov A. L. Indentation of soft material containing filler particles // *Procedia Structural Integrity*. 2021. no. 32. P. 87–92. DOI: 10.1016/j.prostr.2021.09.013.

**REFERENCES**

- [1] Martin Y., Williams C. C., Wickramasinghe H. K. Atomic force microscope–force mapping and profiling on a sub 100-Å scale // *Journal of Applied Physics*. 1987. no. 61. 4723. DOI: 10.1063/1.338807.
- [2] Meyer G., Nabil M. Erratum: Novel optical approach to atomic force microscopy // *Applied Physics Letters*. 1988. no. 53. 1045. DOI: 10.1063/1.100425.
- [3] Sharahi H. J., et. al. Contrast mechanisms on nanoscale subsurface imaging in ultrasonic AFM: scattering of ultrasonic waves and contact stiffness of the tip–sample // *Nanoscale*. 2017. no. 9 (6). P. 2330–2339. DOI: 10.1039/c6nr09124e.
- [4] Soliman M., et al. Nanoscale subsurface imaging // *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2017. no. 29. 173001. DOI: 10.1088/1361-648X/aa5b4a.
- [5] Verbiest G. J., et. al. Subsurface-AFM: sensitivity to the heterodyne signal // *Nanotechnology*. 2013. no. 24. 365701. DOI: 10.1088/0957-4484/24/36/365701.
- [6] Svistkov A. L., Izyumov R. I. Influence of interface phenomena on the features of interaction between the probe of atomic force microscope and soft material // *Mechanics of Materials*. 2020. no. 148. 103500. DOI: 10.1016/j.mechmat.2020.103500.
- [7] Izyumov R. I., Svistkov A. L. Effect of surface tension forces on changes in the surface relief of the elastomer nanocomposite // *Nanoscience and Technology: An International Journal*. 2019. no. 10 (1), P. 51–66. DOI: 10.1615/NANOSCITECHNOLINTJ.2018029558.
- [8] Rimai D., Quesnel D., Busnaina A. The adhesion of dry particles in the nanometer to micrometer-size range // *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. 2000. no. 165 (1–3), P. 3–10. DOI: 10.1016/S0927-7757(99)00439-2.
- [9] Style R. W., et. al. Surface tension and contact with soft elastic solids // *Nature Communications*. 2013. no. 4, P. 2728–2733. DOI: 10.1038/ncomms3728.
- [10] Svistkov A. L., Izyumov R. I. Influence of intermolecular interaction force on the jump magnitude of the atomic force microscope probe during indentation of soft material // *Nanoscience and Technology: An International Journal*. 2020. no. 11 (1). P. 55–71. DOI: 10.1615/NanoSciTechnolIntJ.2020032629.
- [11] Eslami S., Jalili N. A comprehensive modeling and vibration analysis of AFM microcantilevers subjected to nonlinear tip-sample interaction forces // *Ultramicroscopy*. 2012. no. 117. P. 31–45. DOI: 10.1016/j.ultramicro.2012.03.016.
- [12] Li Z., Shi T., Xia Q. Design optimization of high performance tapping mode AFM probe // *Microsystem Technologies*. 2018. no. 24(2). P. 979–987. DOI: 10.1007/s00542-017-3442-5.
- [13] Sahoo D. R., et. al. High-throughput intermittent-contact scanning probe microscopy // *Nanotechnology*. 2010. no. 21 (7). 075701. DOI: 10.1088/0957-4484/21/7/075701.
- [14] Vatankhah R. Nonlinear vibration of AFM microcantilevers with sidewall probe // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2017. no. 39. P. 4873–4886. DOI: 10.1007/s40430-017-0823-8.
- [15] Derjaguin B. V., Muller V. M., Toporov Y. P. Effect of contact deformations on the adhesion of particles // *Journal of Colloid and Interface Science*. 1975. no. 53 (2). P. 314–326. DOI: 10.1016/0021-9797(75)90018-1.
- [16] Marshall J. S., Li Sh. *Adhesive particle flow: a discrete-element approach*. New York: Cambridge University Press, 2014. 342 p. DOI: 10.1017/CBO9781139424547.
- [17] NTMDT, CSG30, Homepage, <https://ntmdt-russia.com/product/csg30>
- [18] Izyumov R. I., Sokolov A. K., Svistkov A. L. Indentation of soft material containing filler particles // *Procedia Structural Integrity*. 2021. no. 32. P. 87–92. DOI: 10.1016/j.prostr.2021.09.013.

Р. И. Непершин

## ПОПЕРЕЧНОЕ СДАВЛИВАНИЕ ЦИЛИНДРА ШТАМПОМ С КРИВОЛИНЕЙНОЙ ГЛАДКОЙ ГРАНИЦЕЙ

Московский государственный технологический университет “СТАНКИН”,  
Москва, Россия

**Аннотация.** Приведено численное моделирование поперечного сдавливания жесткопластического цилиндра штампом с гладкой криволинейной границей. Рассматривается плоское пластическое течение при вогнутовыпуклой границе штампа с непрерывным полем скоростей на конечной стадии сдавливания. Заполнение полости штампа на вогнутом участке границы происходит без скольжения по границе контакта и моделируется линиями скольжения по Прандтлю с разрывом скоростей по жесткопластическим границам. При скольжении по выпуклой границе происходит уменьшение жесткой области на вогнутой границе контакта, переходящее в пластическое деформирование по всему сечению на конечной стадии сдавливания цилиндра. Моделирование представляет интерес для оценки предельной нагрузки при поперечном сжатии цилиндра штампами с криволинейной границей и штамповке деталей с криволинейным профилем поперечной осадкой цилиндрической заготовки.

**Ключевые слова:** поперечное сдавливание цилиндра, гладкий штамп, криволинейная граница, идеальная пластичность, плоская деформация, линии скольжения, скорости течения, контактное давление, предельная нагрузка, штамповка деталей.

**Непершин Ростислав Иванович**, доктор технических наук, профессор; e-mail: nepershin\_ri@rambler.ru; AuthorID: 109974

**для цитирования:** Непершин Р.И. Поперечное сдавливание цилиндра штампом с криволинейной гладкой границей // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2024. № 3(61). С. 43–59. DOI: 10.37972/chgpu.2024.61.3.005 EDN: NDFLCK

Статья опубликована на условиях лицензии *Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)*.