

Д. А. Потянихин¹, А. И. Евстигнеев¹, М. Ю. Туев²

ОБ УЧЕТЕ ДЕФОРМАЦИОННОЙ АНИЗОТРОПИИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ О ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ МЕТАЛЛОВ

¹Комсомольский-на-Амуре государственный университет, Комсомольск-на-Амуре, Россия

²Российский государственный профессионально-педагогический университет, Екатеринбург, Россия

Аннотация. Рассматривается влияние деформационной анизотропии на процесс пластического деформирования металлов. По экспериментальным диаграммам упрочнения материалов при растяжении-сжатии и кручении при различных температурах построена модель вязкопластического тела, согласно которой интенсивности нормальных и касательных напряжений задаются разными способами. Решена модельная задача о деформировании прямоугольного параллелепипеда, который осаживается между двумя шероховатыми плитами. Произведено сравнение решения по предложенной модели и в соответствии с гипотезой единой кривой.

Ключевые слова: напряжения, деформации, термовязкопластичность, математическое моделирование, численный метод, разностная схема, литейно-ковочный модуль.

Потянихин Дмитрий Андреевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Авиастроение»; e-mail: potyanikhin@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0001-6113-6073>; AuthorID: 524131

Евстигнеев Алексей Иванович, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник; e-mail: diss@knastu.ru; <https://orcid.org/0000-0002-9594-4068>; AuthorID: 147498

Туев Михаил Юрьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры инжиниринга и профессионального обучения в машиностроении и металлургии; e-mail: mihail.tuev@rsvpu.ru; AuthorID: 148586

для цитирования: Потянихин Д. А., Евстигнеев А. И., Туев М. Ю. Об учете деформационной анизотропии при решении задач о пластическом деформировании металлов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2024. № 4(62). С. 5–15. DOI: 10.37972/chgpu.2024.62.4.001 EDN: QWXLXX

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0).

D. A. Potianikhin¹, A. I. Evstigneev¹, M. Yu. Tuev²

ON STRAIN ANISOTROPY CONSIDERING AT SOLVING PROBLEMS ON PLASTIC DEFORMATION OF METALS

¹*Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-na-Amure, Russia*

²*Russian State Vocational Pedagogical University, Yekaterinburg, Russia*

Abstract. The influence of deformation anisotropy on the process of plastic deformation of metals is considered. Based on experimental diagrams of material strengthening under tension-compression and torsion at different temperatures, a model of a viscoplastic body is constructed, according to which the intensities of normal and tangential stresses are specified in different ways. A model problem of deformation of a rectangular parallelepiped, which is upset between two rough plates, is solved. A comparison between the solution in accordance with the proposed model and in accordance with the hypothesis of a single curve has been made.

Keywords: stresses, deformations, thermoviscoplasticity, mathematical modeling, numerical method, difference scheme, casting and forging module.

Dmitrii A. Potianikhin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Aircraft Construction Department; e-mail: potyanikhin@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0001-6113-6073>; AuthorID: 524131

Alexey I. Evstigneev, Doctor of Technical Sciences, Professor, Leading Research Worker; e-mail: diss@knastu.ru; <https://orcid.org/0000-0002-9594-4068>; AuthorID: 147498

Mikhail Yu. Tuev, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Department of Engineering and Vocational Training in Mechanical Engineering and Metallurgy; e-mail: mihail.tuev@rsvpu.ru; AuthorID: 148586

to cite this article: Potianikhin D. A., Evstigneev A. I., Tuev M. Yu. On strain anisotropy considering at solving problems on plastic deformation of metals // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2024. No 4(62). p. 5–15. DOI: 10.37972/chgpu.2024.62.4.001 EDN: QWXLXX

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение. При решении прикладных задач теории пластичности одним из главных вопросов является корректность отражения свойств деформируемого металла в используемой математической модели, иначе говоря, насколько полно учитываются термомеханические свойства деформируемой среды при описании уравнениями состояния. Для описания связи напряжений с малыми деформациями используют постулат изотропии [1, 2], а если пренебречь компонентами упругой деформации, то для несжимаемой упрочняющейся среды, используя феноменологические уравнения пластического течения, можно записать:

$$\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} = 2\lambda\xi_{ij}, \quad \xi_{ij} = 0,5(v_{i,j} + v_{j,i}), \quad v_{i,i} = 0, \quad \sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ii}; \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{T}{H}, \quad H = (2\xi_{ij}\xi_{ij})^{1/2}, \quad T = T(H, \theta, \varepsilon). \quad (2)$$

В соотношениях (1) и (2) индексы i и j принимают значения 1, 2, 3. По повторяющимся индексам производится суммирование. σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; ξ_{ij} – компоненты тензора скоростей пластических деформаций; v_i – проекции скоростей перемещений на координатные оси x_i , $T = T(H, \theta, \varepsilon)$ – интенсивность касательных напряжений.

Вообще говоря, металлы являются поликристаллическими телами, в которых главные оси изменяют свое направление при переходе от одного зерна к другому, но от беспорядочности их ориентации тело в целом ведет себя как статистически изотропное [2, 3]. Уравнения (1) внешне сходны с уравнениями течения вязкой жидкости при $\lambda = \text{const}$. В то же время уравнения (1) принципиально отличаются от уравнений гидродинамики, так как параметр λ в (2) содержит функцию $T = T(H, \theta, \varepsilon)$, определяемую из экспериментальных данных.

1. Учёт анизотропии в определяющих соотношениях. В литературе, особенно в XX веке, проводилось достаточно много исследований по изучению деформации различных материалов на экспериментальных установках, в основном, на простое нагружение: растяжение-сжатие или кручение подготовленных образцов. Это объясняется тем, что результаты испытаний на сложное нагружение трудно использовать для получения определяющих соотношений. Используя формулы

$$\Gamma = (2\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij})^{1/2}, \quad H = (2\xi_{ij}\xi_{ij})^{1/2}, \quad T = (2s_{ij}s_{ij})^{1/2},$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij},$$

где ε_{ij} , ξ_{ij} , s_{ij} – соответственно компоненты тензоров деформаций, скоростей деформаций и девиатора тензора напряжений при простом растяжении-сжатии образцов, получим

$$\varepsilon = \Gamma/\sqrt{3}, \quad \xi = H/\sqrt{3}, \quad \sigma = \sqrt{3}T, \quad (3)$$

где ε , ξ и σ – соответственно деформации, скорость деформации и напряжения в экспериментах на простое нагружение. Зная ε , ξ и σ , можно по формулам (3) перейти к инвариантным характеристикам Γ , H и T . В литературе имеется

множество данных по экспериментам на простое растяжение-сжатие, но крайне мало экспериментальных исследований на кручение. По результатам экспериментов в работе [4] построена аналитическая формула

$$T = \tau_m \frac{H^k}{H_0^k + H^k}, \quad \tau_m = \left(\tau_0 \left(\frac{\theta_0}{\theta} \right)^2 - \tau_1 \right) \sqrt{\varepsilon} (\varepsilon_0 - \varepsilon_1), \quad k = k_0 \frac{\theta}{\theta_0} - k_1. \quad (4)$$

Приведенные здесь параметры τ_0 , τ_1 , ε_0 , k_0 , k_1 даны в работе [4] для 25 марок стали. Формула (4) справедлива при $900^\circ\text{C} \leq \theta \leq 1200^\circ\text{C}$, $0 \leq \varepsilon \leq 0,6$, $0,05 \leq \xi \leq 150 \text{ c}^{-1}$, $\theta_0 = 1000^\circ\text{C}$, $H_0 = 1 \text{ c}^{-1}$. При получении формулы (4) использовалось 1150 экспериментальных значений по работам [5–8]. Оказалось, что 81% значений отношения T_i/T_i^0 , где T_i – теоретическое значение интенсивности касательных напряжений, вычисленное по формулам (4), T_i^0 – соответствующее экспериментальное значение, вычисленное с помощью формул (3).

Формула (4) отражает поведение (упрочнение) материала при простом растяжении-сжатии образцов, то есть отражает механические свойства сталей по нормальному напряжению. В технологических процессах обработки металлов давлением осуществляется сложное нагружение, при котором в деформируемом металле имеют место как нормальные, так и касательные напряжения, которые характеризуют сдвиговую деформацию металла. По экспериментальным данным сдвиговая деформация характеризуется гораздо меньшим усилием, чем деформация при растяжении-сжатии. На рис. 1-4 приведены экспериментальные данные зарубежных авторов по кручению и растяжению-сжатию образцов из различных металлов, взятые из работы [8].

На рис. 1, а приведены экспериментальные данные для низкоуглеродистых сталей при кручении, на рис. 1, б (кривые 2 и 3) – для сталей Ст3, Ст45 при сжатии. Сжимающие напряжения в образцах при температуре 20°C в 1,5–2 раза выше, чем при кручении. Ту же картину наблюдаем на рис 2 для других марок стали. На рис. 3, а показаны кривые упрочнения при кручении образцов из Ст3, Ст45, на рис. 3, в (кривая 3) – при растяжении Ст3. Также показана диаграмма деформирования меди при кручении (рис. 3, б) и растяжении (рис. 3, в, кривая 2).

Можно наблюдать значительную разницу в сопротивлении деформации при кручении и растяжении.

Диаграммы деформирования при кручении и сжатии медных образцов приведены на рис. 4. Видим так же значительную разницу в сопротивлении деформаций, но виды кривых нагружения весьма схожи. Анализ экспериментальных данных (рис. 1–4) различных авторов на простое нагружение показывает, что гипотеза «единой кривой» при развитых пластических деформациях не является очевидной во всех случаях нагружения.

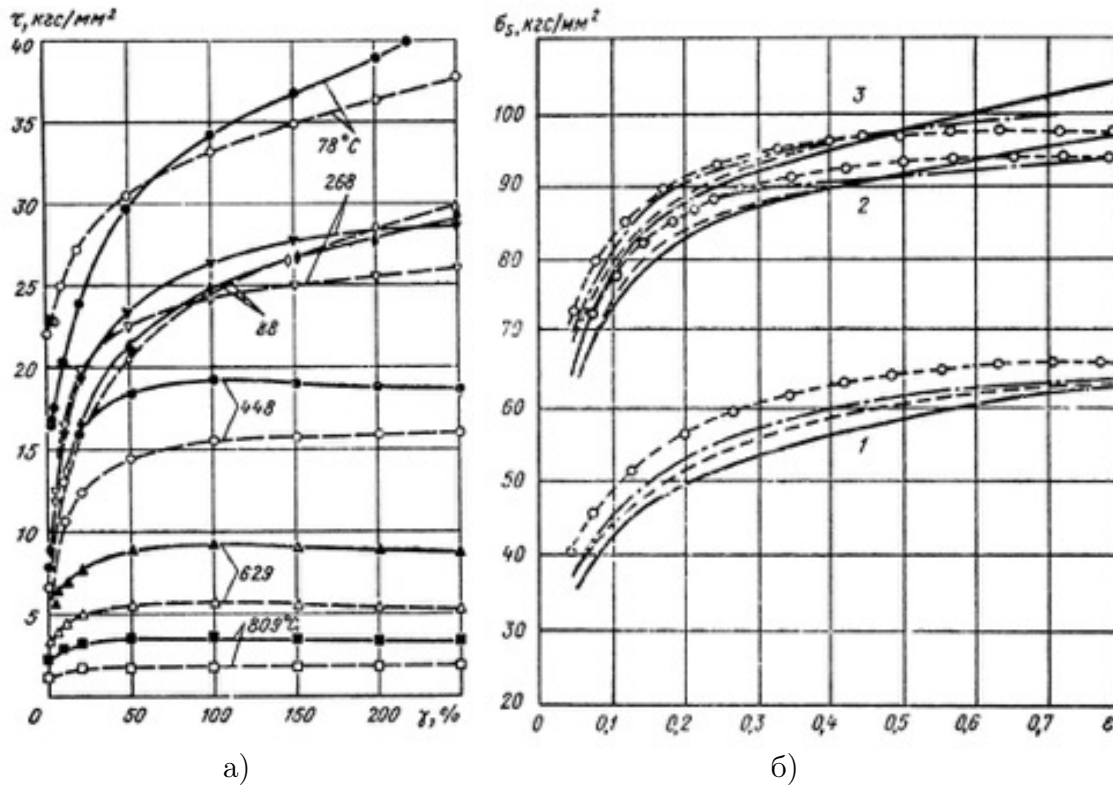


Рис. 1. Экспериментальные данные для низкоуглеродистых сталей [8]: а) кривые упрочнения низкоуглеродистой стали ($C = 0,06\%$) при кручении со скоростью $2,4 \times 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ (штриховые линии) и $0,12 \text{ c}^{-1}$ (сплошные линии) (Schwandt S.); б) кривые упрочнения при сжатии ($\theta = 20^\circ\text{C}$) нормализованных сталей (Buhler H., Meyer Nolkemper H.): 1 - Мвк6; 2 - С35; 3 - С45; $-\dot{\epsilon} = 0,25 \text{ c}^{-1}$; $-- \dot{\epsilon} = 1,6 \text{ c}^{-1}$; $-\cdot-\cdot-\dot{\epsilon} = 8,0 \text{ c}^{-1}$; $-o-o-\dot{\epsilon} = 40,0 \text{ c}^{-1}$.

Предлагается при пластическом течении уравнения состояния записывать в следующем виде (по повторяющемуся индексу суммирование не производится):

$$\begin{aligned} \sigma_{ii} - \sigma \delta_{ij} &= 2\lambda_1 \xi_{ii} \quad (i = 1, 2, 3), \\ \sigma_{ij} &= 2\lambda_2 \xi_{ij} \quad (i \neq j), \end{aligned} \tag{5}$$

где $\lambda_1 = T_1/H$, $\lambda_2 = T_2/H$, функции интенсивности касательных напряжений $T_1(H, \theta, \epsilon)$ и $T_2(H, \theta, \epsilon)$ различны. Для проверки достоверности выдвинутой гипотезы рассмотрим пример численного решения в задаче об осадке со сдвигом стального параллелепипеда между двумя параллельными плитами (рис. 5, а). Используя теорию течения и уравнения (5), запишем систему уравнений в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= 0; \quad \xi_{ij} = 0,5(v_{i,j} + v_{j,i}), \quad v_{i,i} = 0; \quad \sigma_{ii} - \sigma \delta_{ij} = 2\lambda_1 \xi_{ii} \quad (i = 1, 2, 3); \\ \sigma_{ij} &= 2\lambda_2 \xi_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3; i \neq j). \end{aligned} \tag{6}$$

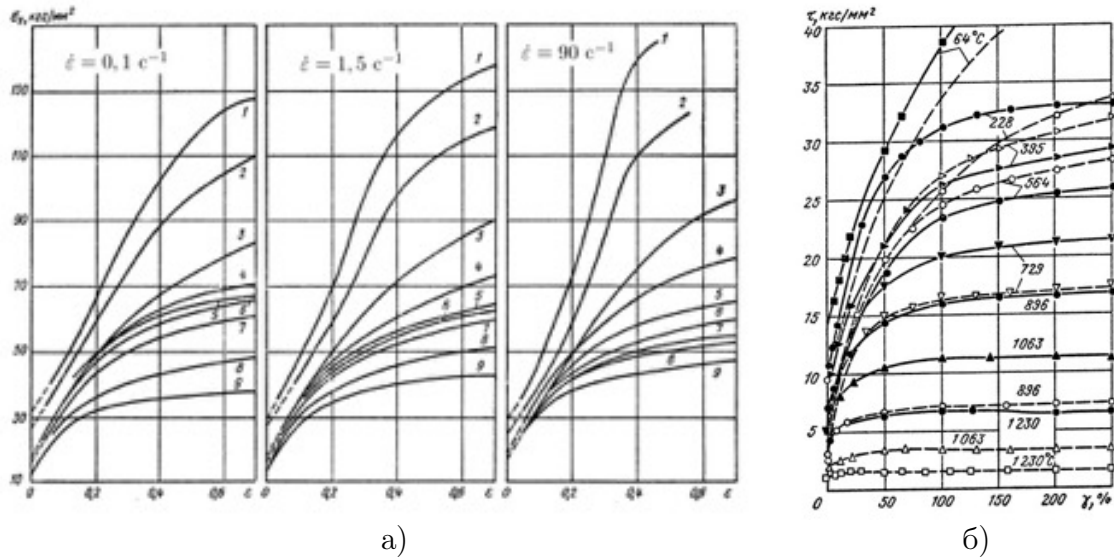


Рис. 2. Экспериментальные данные для аустенитных сталей [8]: а) кривые упрочнения при сжатии закаленной аустенитной стали X8CrNiTi18.10 при температурах (Fritsch G., Siegel R.): 1 – 20 °С; 2 – 100 °С; 3 – 200 °С; 4 – 300 °С; 5 – 400 °С; 6 – 500 °С; 7 – 600 °С; 8 – 700 °С; 9 – 800 °С; б) Кривые упрочнения при кручении аустенитной стали 304 со скоростью деформирования $4,5 \times 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ (штриховые линии) и 44 c^{-1} (сплошные линии) при различных температурах.

Здесь σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; ξ_{ij} – компоненты тензора скоростей пластических деформаций; σ – гидростатическое давление, v_i – проекции скоростей перемещений на координатные оси x_i , $i = 1, 2, 3$. Граничные условия задачи имеют вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{21}|_{S_i} = \sigma_{22}|_{S_i} = \sigma_{23}|_{S_i} = 0 \quad (i = 3, 4); \quad \sigma_{33}|_{S_6} = 0; \quad \sigma_{31}|_{S_i} = \sigma_{32}|_{S_i} = 0 \quad (i = 5, 6); \\ v_1|_{S_1} = 0; \quad v_1|_{S_2} = v_n; \quad \sigma_{12}|_{S_i} = -\psi_i \tau_s \frac{(v_{\text{ск}})_i}{v^*} \cos(n_1, x_1) \quad (i = 1, 2); \quad (7) \\ \sigma_{13}|_{S_i} = -\psi_i^* \tau_s \frac{(v_{\text{ск}})_i}{v^*} \cos(n_1, x_1) \quad (i = 1, 2). \end{aligned}$$

В граничных условиях (7) $v_{\text{ск}}$ – скорость скольжения металла относительно инструмента деформации, v^* – нормирующая скорость, τ_s – предел текучести при сдвиге, ψ_i и ψ_i^* – коэффициенты трения на соответствующих поверхностях скольжения и в соответствующих направлениях, v_n – скорость перемещения плиты по координате x_1 , v_τ – скорость перемещения плиты по координате x_2 . По координате x_3 перемещения инструмента нет.

Для решения системы уравнений (6) воспользуемся численным методом [4], широко апробированным при решении разноплановых задач [9–11]. Суть численного метода состоит в разбиении исследуемой области на элементы системой

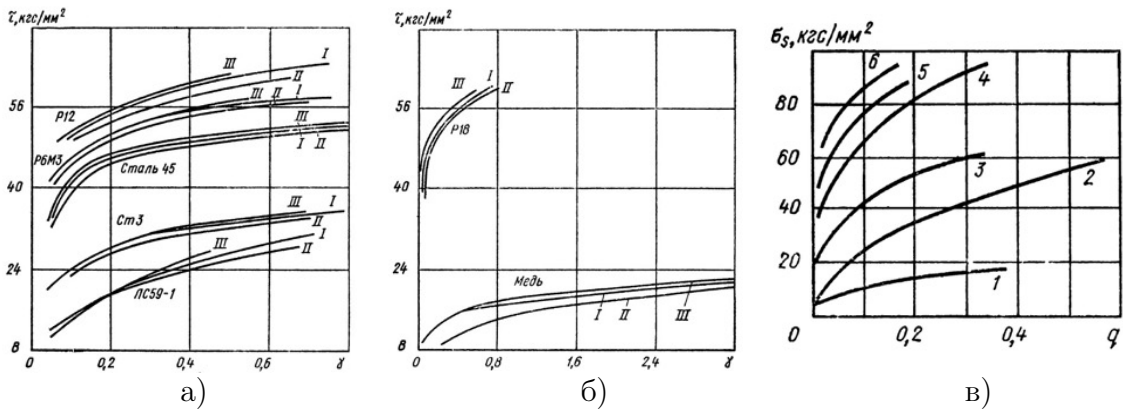


Рис. 3. Экспериментальные данные для металлов [8]: а) и б) кривые упрочнения при кручении ($\theta = 20^\circ\text{C}$) сталей СтЗ, Ст45, Р6МЗ, Р12, Р18, меди и латуни ЛС59-1: *I* – по методу Людвига; *II* – по методу двух образцов; *III* – по методу средних значений; в) Кривые упрочнения при растяжении ($\theta = 20^\circ\text{C}$) отожженных алюминия (1), меди (2), горячекатаных сталей СтЗ (3), Ст35 (4), Ст5 (5) и ХВГ (6) (Дейч А. Ш., Копельман Л. А., Короткин В. В.)

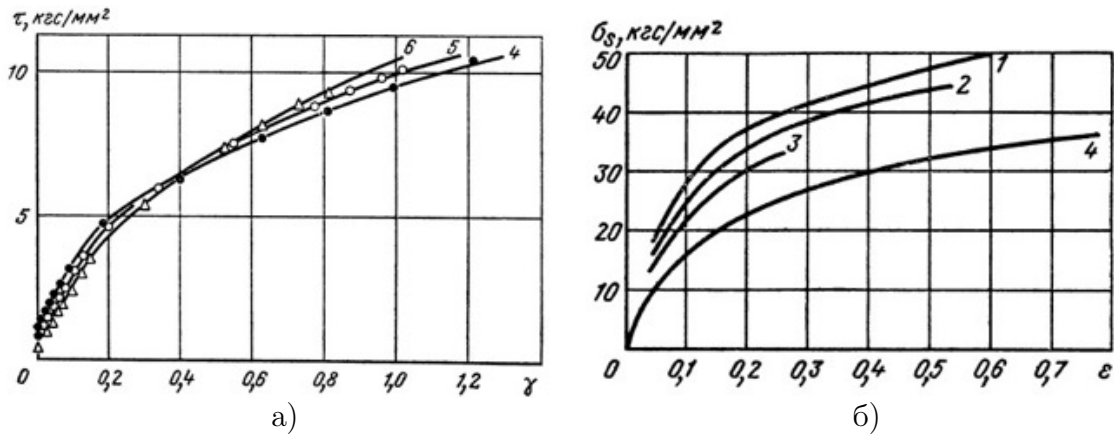


Рис. 4. Экспериментальные данные для меди [8]: а) кривые упрочнения при кручении ($\theta = 20^\circ\text{C}$) (Tiainen T., Kettunen P. O.) меди Cu 99,99% диаметром зерна 0,021 мм (4); 0,161 мм (5), 0,909 мм (6); б) кривые упрочнения при сжатии ($\theta = 20^\circ\text{C}$) меди Cu 99,99% с различными скоростями (Ohyane M., Takashima F., Osakada K.): (1) – 18,7 м/с; (2) – 13,1 м/с; (3) – 7,5 м/с; (4) – 0,09 м/с.

ортогональных поверхностей. Для каждого элемента в разностном виде записывается сформированная система уравнений, которая решается с учетом граничных условий (7) и разработанных численных схем и алгоритмов по составленным программам. Результат решения – напряжения и скорости перемещений по граням элементов.

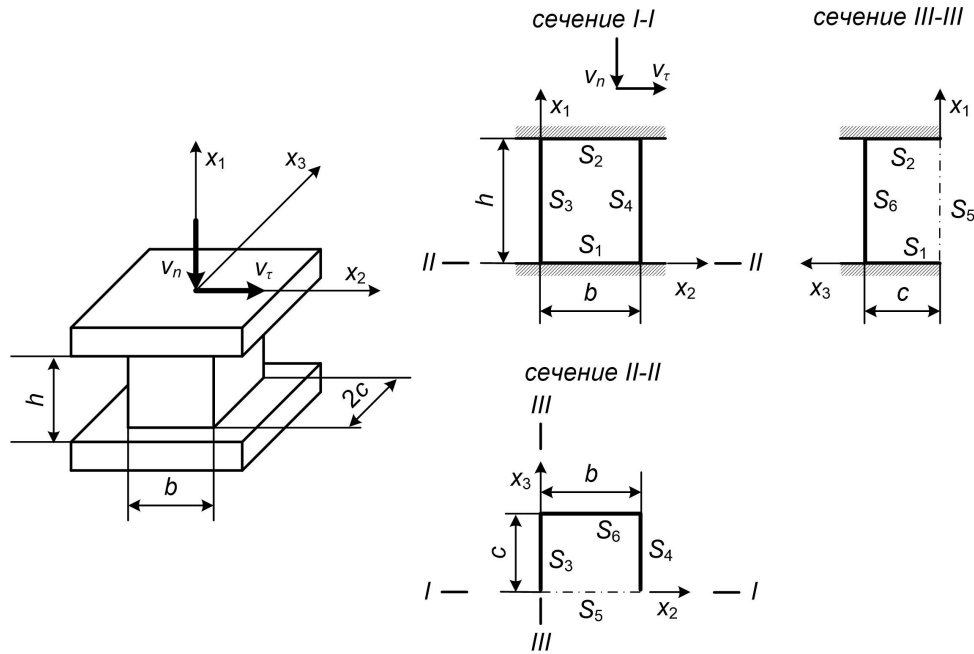


Рис. 5. Расчетная схема задачи об осадке параллелепипеда

2. Постановка и результаты решения задачи. Рассмотрим заготовку из Ст3 в виде прямоугольного параллелепипеда с размерами $h = 6$ мм, $b = 10$ мм, $2c = 20$ мм (рис. 5), которая осаживается между двумя шероховатыми плитами при температуре 1000°C . Нижняя плита неподвижна; верхняя плита перемещается вниз со скоростью $v_n = 5$ мм/с и вправо со скоростью $v_\tau = 2$ мм/с.

Для этой стали по работе [4] при $\varepsilon = 0,2$ и $\theta = 1000^\circ\text{C}$ имеем $\varepsilon = 0,2$ и $\tau_m = 8,45$ кг/мм², $k = 0,42$. Тогда

$$T_1 = 8,45 \frac{H^{0,42}}{1 + H^{0,42}}. \quad (8)$$

Ужесточим расчет, полагая, что

$$T_2 = 0,5T_1. \quad (9)$$

На рис. 6 показаны результаты расчетов. В сечениях (согласно рис. 5) представлены эпюры скоростей перемещений и напряжений. Сплошными линиями показаны эпюры при $T_2 = T_1$, пунктирными – эпюры по (8). Качественно эпюры по «единой кривой» и по (9) одинаковы, а количественно разница составляет $5 \div 7\%$.

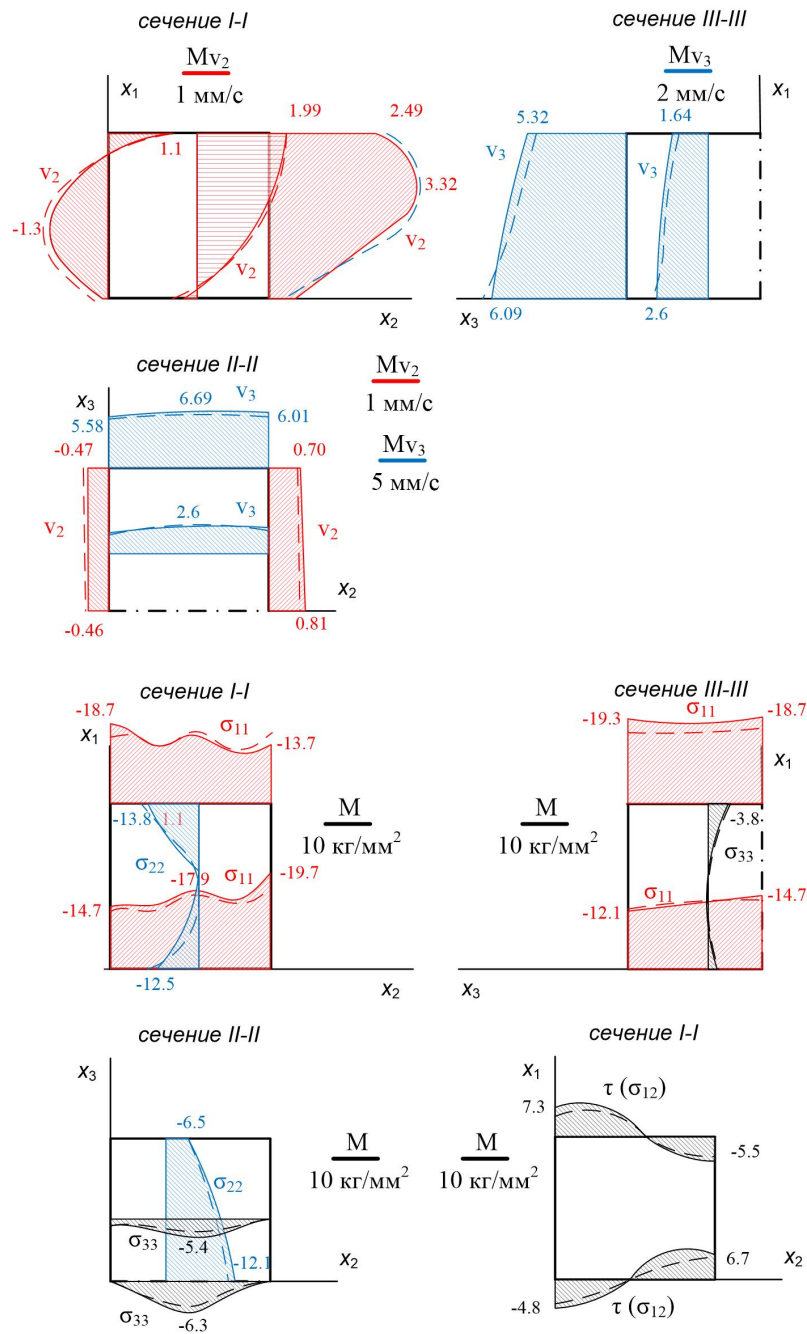


Рис. 6. Распределение параметров напряженно-деформированного состояния в деформируемом параллелепипеде

Выводы.

- (1) Проведена оценка гипотезы «единой кривой» по экспериментальным данным на простое нагружение (растяжение-сжатие, кручение) для развитой пластической деформации металлов при различных температурах. Показано довольно большое различие по сопротивлению деформациям при нагружении на сжатие-растяжение и кручение.
- (2) Решение задачи по деформации заготовки в виде сжатия со сдвигом на реальном материале показало, что гипотеза «единой кривой» работает и при развитых пластических деформациях.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00214, <https://rscf.ru/project/24-29-00214>.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. The authors declare that they have no competing interests.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding. The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 24-29-00214, <https://rscf.ru/project/24-29-00214>.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ильюшин А. А. Некоторые вопросы теории пластического течения // Известия АН СССР. ОТН. 1958. № 2. С. 20–33.
- [2] Качанов Л. М. Основы теории пластичности. Москва : Наука, 1969. С. 420.
- [3] Новожилов В. В. Теория упругости. Москва : Судпромгиз, 1958. С. 371.
- [4] Одинокое В. И., Каплунов Б. Г., Песков А. В., Баков А. А. Математическое моделирование сложных технологических процессов. Москва : Наука, 2008. С. 177.
- [5] Тарновский И. Я., Поздеев А. А., Меандров Л. В., Хасин Г. А. Механические свойства стали при горячей обработке давлением. Свердловск : Metallurgizdat, Свердловское отделение, 1960. С. 264.
- [6] Зюзин В. И., Бровман М. Я., Мельников А. Ф., Садовников Б. В. Сопротивление деформации сталей при горячей прокатке. Москва : Metallurgiya, 1964. С. 270.
- [7] Александров П. А., Анисифоров В. П., Байраков В. И., др. Прокатное производство. Справочник. Т. 2. Москва : Государственное научно-техническое издательство литературы по черной и цветной металлургии, 1962. С. 686.
- [8] Кроха В. А. Упрочнение металлов при холодной пластической деформации: Справочник. Москва : Машиностроение, 1980. С. 157.
- [9] Евстигнеев А. И., Дмитриев Э. А., Чернышова Д. В. и др. Моделирование внешнего силового воздействия на оболочковую форму при заливке стали // Математическое моделирование. 2022. № 5. С. 61–72.
- [10] Одинокое В. И., Евстигнеев А. И., Дмитриев Э. А. Численное моделирование процесса заполнения металлом кристаллизатора с отражателем УНРС // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 2019. № 10. С. 747–755.
- [11] Одинокое В. И., Дмитриев Э. А., Евстигнеев А. И. и др. Математическое моделирование процесса деформации металла на литейно-ковочном модуле с измененным приводом боковых бойков // Математическое моделирование и численные методы. 2021. № 3(31). С. 3–23.

REFERENCES

- [1] Ilyushin A. A. Some questions of the theory of plastic flow // *Izv. AN SSSR. OTN*. 1958. no. 2. P. 20–33. (in Russian).
- [2] Kachanov L. M. Fundamentals of the theory of plasticity. Moscow : Nauka, 1969. P. 420. (in Russian).
- [3] Novozhilov V. V. Theory of elasticity. Moscow : Sudpromgiz, 1958. P. 371. (in Russian).
- [4] Odinokov V. I., Kaplunov B. G., Peskov A. V., Bakov A. V. Mathematical modelling of complex technological processes. Moscow : Nauka, 2008. P. 176. (in Russian).
- [5] Tarnovsky I. Ya., Pozdeev A. A., Meandrov L. V., Khasin G. A. Mechanical properties of steel during hot pressure treatment. Sverdlovsk : Metallurgizdat, Sverdlovsk branch, 1960. P. 264. (in Russian).
- [6] Zyuzin V. I., Brovman M. Ya., Melnikov A. F., Sadovnikov B. V. Resistance to deformation of steels during hot rolling. Moscow : Metallurgiya, 1964. P. 270. (in Russian).
- [7] Alexandrov P. A., Anisiforov V. P., et al. V. I. Bayrakov. Rolling production. Handbook. V.2. Moscow : State scientific and technical publishing house of literature on ferrous and non-ferrous metallurgy, 1962. P. 686. (in Russian).
- [8] Krokha V. A. Hardening of metals in cold plastic deformations. Handbook. Moscow : Mashinostroenie, 1980. P. 160. (in Russian).
- [9] Evstigneev A. I., Dmitriev E. A., Chernyshova D. V. et al. Modelling of external force action on a shell mold for pouring steel // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2022. no. 5. P. 61–72. (in Russian).
- [10] Odinokov V. I., Evstigneev A. I., Dmitriev E. A. Numerical simulation of metal filling into a CCM mold equipped with a deflector // *Steel in Translation*. 2019. no. 10. P. 747–755. (in Russian).
- [11] Odinokov V. I., Dmitriev E. A., Evstigneev A. I. et al. Mathematical modelling of the metal deformation process on a casting and forging module with a modified drive of the side strikers // *Mathematical Modelling and Computational Methods*. 2021. no. 3(31). P. 3–23. (in Russian).