

Ю. В. Немировский^{1,2}, С. В. Тихонов³

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ И СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ МНОГОСЛОЙНОГО БЕТОННОГО СТЕРЖНЯ

¹Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, г. Новосибирск, Россия

²Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Россия

³Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия

Аннотация. В работе рассматривается задача продольно-поперечного изгиба многослойных бетонных стержней постоянного поперечного сечения под действием квазистатических нагрузок. Предполагается, что бетоны деформируются при деформациях ниже предельной упругой линейно, а выше – нелинейно квазиупруго. Зависимости между напряжениями и деформациями принимаются в области нелинейного деформирования в виде полиномов второго порядка с различными коэффициентами для разных марок бетонов. Предполагается, что имеет место одноосное напряженное состояние и в зоне сжатия все слои стержня деформируются упруго, а в зоне растяжения слои могут находиться в областях упругого, нелинейного квазиупругого деформирования и содержать границу двух этих областей. Рассмотрены примеры расчета стержней, где количество слоев равно 3 и рассматривается влияние формы поперечного сечения и собственного веса на предельные нагрузки.

Ключевые слова: бетонные многослойные стержни, физическая нелинейность, упругость, поперечные нагрузки, предельные деформации.

Немировский Юрий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник; e-mail: nemiryury@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-4281-4358>; AuthorID: 2403

Тихонов Сергей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры компьютерных технологий; e-mail: strangcheb@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-7628-3364>; AuthorID: 183385

для цитирования: Немировский Ю. В., Тихонов С. В. Учет влияния формы поперечного сечения и силы тяжести на предельное состояние многослойного бетонного стержня // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2024. № 4(62). С. 89–96. DOI: 10.37972/chgpu.2024.62.4.007 EDN: TXBVVX

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0).

Yu. V. Nemirovskii^{1,2}, S. V. Tikhonov³

TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF CROSS-SECTIONAL SHAPE AND GRAVITY ON THE LIMIT STATE OF A MULTILAYER CONCRETE ROD

¹*S. Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the RAS, Novosibirsk, Russia*

²*Novosibirsk state technical University, Novosibirsk, Russia*

³*I. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia*

Abstract. The article examines the problem of longitudinal-transverse bending of multilayer concrete rods with a constant cross-section under quasi-static loads. It is assumed that the concrete deforms linearly under strains below the elastic limit and nonlinearly quasi-elastically above it. The stress-strain relationships in the nonlinear deformation range are represented as second-order polynomials with different coefficients for various grades of concrete. It is assumed that the stress state is uniaxial, with all layers of the rod deforming elastically in the compression zone, while in the tension zone, the layers may be in regions of elastic or nonlinear quasi-elastic deformation and may include the boundary between these regions. Examples of rod calculations are presented, where the number of layers equals three, and the influence of the cross-sectional shape and self-weight on the ultimate loads is analyzed.

Keywords: Concrete multilayer rods, physical nonlinearity, elasticity, transverse loads, ultimate deformations.

Yuri V. Nemirovskii, Dr. Sci. Phys.&Math., Professor, Leading Research Worker; e-mail: nemiryury@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-4281-4358>; AuthorID: 2403

Sergey V. Tikhonov, PhD, Assoc. Prof.; e-mail: strangcheb@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-7628-3364>; AuthorID: 183385

to cite this article: Nemirovskii Yu. V., Tikhonov S. V. Taking into account the influence of cross-sectional shape and gravity on the limit state of a multilayer concrete rod // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2024. No 4(62). p. 89–96. DOI: 10.37972/chgpu.2024.62.4.007 EDN: TXBVVX

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение. Изделия из бетона завоевали высокую популярность в строительстве зданий и сооружений ввиду достаточно низкой себестоимости изготовления и высоких эксплуатационных характеристик. При этом в научной литературе достаточно много работ, где в расчетах деформирование бетона рассматривается как линейное упругое и не учитывается существенная нелинейность диаграммы деформирования бетона [1–4]. В данной работе рассматриваются многослойные бетонные стержни, где в каждом слое может быть реализована своя марка бетона, а также рассматриваются стержни различного поперечного сечения. Рассмотрены примеры расчета стержней по соотношениям [5], где количество слоев равно 3 и рассматривается влияние формы поперечного сечения и собственного веса на несущую способность стержня.

1. Основные соотношения. В качестве примера рассмотрим n -слойный бетонный стержень, аналогичный [5]. Далее будем следовать предположениям и обозначениям, изложенным в работе [5].

В дальнейшем будем использовать безразмерные величины

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma} &= \frac{\sigma}{\sigma_{1*}^-}, \quad \tilde{l} = 1, \quad \tilde{b}_i = \frac{b_i}{l}, \quad \tilde{h}_i = \frac{h_i}{l}, \\ \tilde{q} &= q \frac{1}{l\sigma_{1*}^-}, \quad \tilde{Q} = Q \frac{1}{l^2\sigma_{1*}^-}, \quad \tilde{N} = N \frac{1}{l^2\sigma_{1*}^-}, \quad \tilde{M} = M \frac{1}{l\sigma_{1*}^-}, \quad \tilde{w} = \frac{w}{l}, \\ \tilde{q}_g &= \frac{4g}{l\sigma_{1*}^-} \sum_{i=1}^3 b_i (h_i - h_{i-1}) \rho_i, \end{aligned} \quad (1)$$

где обезразмеривающие величины такие: σ_{1*}^- – предел прочности при сжатии бетона марки B10, l – длина стержня, q – величина распределенной нагрузки, Q – величина перерезывающей силы, M – величина изгибающего момента, N – продольного усилия, w – величина прогиба стержня, q_g – нагрузка, вызванная действием массовых сил.

Рассмотрим случай $n = 3$, тогда поперечное сечение будет иметь вид, изображенный на рис. 1.

Рассмотрим шарнирно-закрепленный стержень под действием собственного веса и равномерно распределенной нагрузки q (рис. 2).

Будем рассматривать задачу изгиба шарнирно-опертого стержня равномерной поперечной нагрузкой q (рис. 2). Тогда моменты и усилия для данной статически определимой задачи будут равны

$$M_y(x) = (q + q_g) \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} \right), \quad N(x) = 0, \quad h_0 = 0, \quad (2)$$

где g – ускорение свободного падения, ρ_i – плотность марки бетона в i -ом слое.

Если предположить, что используемые в стержне марки бетонов имеют одинаковую плотность, т.е.

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho,$$

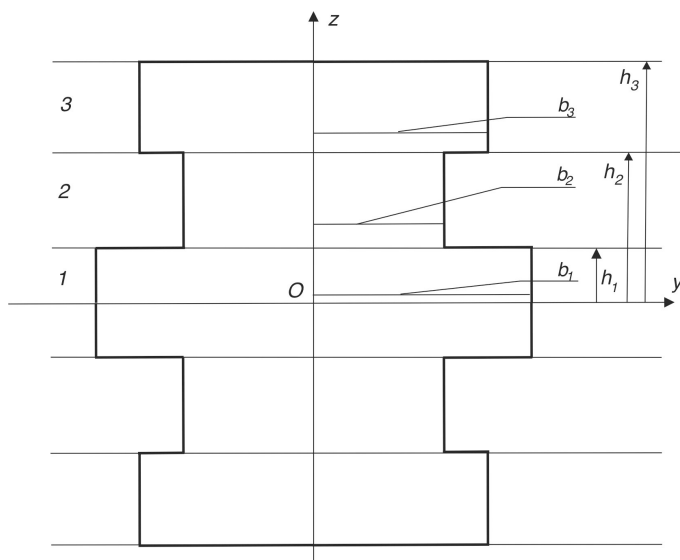


Рис. 1. Поперечное сечение стержня

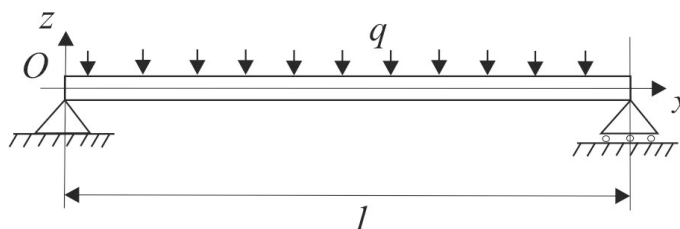


Рис. 2. Шарнирно-закрепленный стержень

тогда одинаковая площадь поперечного сечения будет соответствовать одинаковой массе стержня.

В работе [5] был рассмотрен двухслойный стержень ($n = 2$) с параметрами стержня (конфигурация 1)

$$b_1 = 0,03, \quad b_2 = 0,02, \quad h_1 = 0,06, \quad h_2 = 1, \quad (3)$$

где первый слой реализован из бетона марки В10, второй – В30.

2. Примеры расчета без учета собственного веса. Рассмотрим трехслойный стержень ($n = 3$), имеющий площадь поперечного сечения, аналогичную стержню (3) (конфигурация 2)

$$b_1 = 0,0267, \quad b_2 = 0,02, \quad b_3 = 0,05, \quad b_2 = 0,04, \quad h_1 = 0,03, \quad h_2 = 0,06, \quad h_3 = 1, \quad (4)$$

где первый слой реализован из бетона марки В10, второй – В30, третий – В50.

Если принять, что сила тяжести отсутствует, т.е. $g = 0$, тогда предельные нагрузки можем определить, следуя алгоритму, изложенному в [5]. Результаты определения предельных нагрузок поместим в таблицу 1. Здесь через (i_1, i_2, i_3) обозначено то, как деформируется каждый из слоев стержня, где значение 0 соответствует упругому деформированию, 1 – нелинейному квазиупругому деформированию, 2 – границе раздела этих двух областей, а через $q_{(i_1, i_2, i_3)}^-$ и $q_{(i_1, i_2, i_3)}^+$ обозначены минимальная и максимальная нагрузка для данной конфигурации, через j^- и j^+ обозначены индексы слоев, в которых деформация достигает предельного значения при минимальной и максимальной нагрузке соответственно.

(i_1, i_2, i_3)	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^- $	j^-	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^+ $	j^+
(0,0,0)	0	0	0,000589	3
(0,0,2)	0,000589	3	0,000933	3
(0,0,1)	0,000933	3	0,001167	2
(0,2,1)	0,001167	2	0,001649	1, 2
(2,1,1)	0,001649	1, 2	0,001716	3

Таблица 1. Предельные нагрузки стержня (конфигурация 2)

Из таблицы 1 видно, что при нагрузке $0 < |q| < 0,000589$ стержень деформируется упруго во всех слоях стержня, при $|q| = 0,000589$ деформация достигает предельной упругой в третьем слое. При $0,000589 < |q| < 0,000933$ первые два слоя деформируются упруго, а третий слой содержит границу раздела двух областей. Если нагрузка достигнет значения $|q| = 0,000933$, то при этой нагрузке граница раздела областей достигнет нижней границы слоя и весь третий слой будет деформироваться нелинейно квазиупруго. Если нагрузка будет в диапазоне $0,000933 < |q| < 0,001167$, то третий слой будет полностью в области нелинейного квазиупругого деформирования, а первые два слоя – упругого. Нагрузка $|q| = 0,001167$ соответствует достижению во втором слое на верхней границе деформации значения предельно-упругой. При $0,001167 < |q| < 0,001649$ первый слой будет деформироваться упруго, третий – нелинейно, а во втором слое будет область, содержащая границу раздела областей. При $q = 0,001649$ во втором слое граница раздела областей достигнет нижней границы слоя, а в первом слое на верхней границе появится область нелинейного деформирования. Если нагрузка будет удовлетворять соотношениям $0,001649 < |q| < 0,001716$, второй и третий слой будут деформироваться полностью нелинейно, а в первом слое будет граница раздела двух областей. При $|q| = 0,001716$ на верхней границе стержня деформация достигнет значения предельной предразрушения при растяжении, и будем считать, что стержень теряет несущую способность.

Рассмотрим случай, когда в конфигурации 2 все слои стержня состоят из бетона марки В50 (конфигурация 3). Тогда предельные нагрузки будут соответствовать таблице 2.

(i_1, i_2, i_3)	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^- $	j^-	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^+ $	j^+
(0,0,0)	0	1	0,000605	3
(0,0,2)	0,000605	3	0,000964	2, 3
(0,2,1)	0,000964	2, 3	0,001530	1, 2
(2,1,1)	0,001530	1, 2	0,001822	3

Таблица 2. Предельные нагрузки стержня (конфигурация 3)

В результате получаем, что в конфигурации 3 максимальная нагрузка, по сравнению с конфигурацией 2, будет больше на 6,18 %. При этом в конфигурации 3, в отличие от 2, невозможен слой с параметрами (0,0,1), так как предельные упругие деформации одинаковые для всех слоев в конфигурации 3, в конфигурации 2 отличаются в 3 слое от 1 и 2.

Рассмотрим стержень с площадью поперечного сечения, аналогичной конфигурациям 1-3 и с параметрами

$$b_1 = 0,03, b_2 = 0,04, b_3 = 0,06, b_2 = 0,04, h_1 = 0,03, h_2 = 0,04, h_3 = 0,08. \quad (5)$$

Положим, что в стержне (5) первый слой реализован из бетона марки В30, второй из бетона марки В10, а третий из бетона марки В50, и указанную конфигурацию стержня будем называть конфигурацией 4. Тогда предельные нагрузки будут соответствовать таблице 3.

(i_1, i_2, i_3)	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^- $	j^-	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^+ $	j^+
(0,0,0)	0	1	0,000487	3
(0,0,2)	0,000487	3	0,000896	3
(0,0,1)	0,000896	3	0,001104	2
(0,2,1)	0,001104	2	0,001291	1, 2
(2,1,1)	0,001291	1, 2	0,001458	3

Таблица 3. Предельные нагрузки стержня (конфигурация 4)

Из таблицы 3 видно, что максимальная нагрузка, которую способен выдержать стержень конфигурации 4, меньше на 25 % по сравнению с конфигурацией 3 и на 17,7 % по сравнению с конфигурацией 2.

3. Примеры расчета с учетом собственного веса. Определим предельные нагрузки для конфигураций 2-4, но уже с учетом влияния силы тяжести. Результаты расчетов приведены в таблицах 4-6.

Как видно из расчетов, максимальная нагрузка для конфигурации 2 с учетом силы тяжести меньше аналогичной без ее учета на 43,4 %, для конфигурации 3 меньше с учетом силы тяжести на 43,6 %, а для конфигурации 4 меньше с учетом силы тяжести на 65,1 %. Из таблицы 6 можно видеть, что конфигурация

(i_1, i_2, i_3)	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^- $	j^-	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^+ $	j^+
(0,0,0)	0	0	0,000070	3
(0,0,2)	0,000070	3	0,000414	3
(0,0,1)	0,000414	3	0,000649	2
(0,2,1)	0,000649	2	0,001130	1, 2
(2,1,1)	0,001130	1, 2	0,001197	3

Таблица 4. Предельные нагрузки стержня (конфигурация 2) с учетом силы тяжести

(i_1, i_2, i_3)	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^- $	j^-	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^+ $	j^+
(0,0,0)	0	1	0,000052	3
(0,0,2)	0,000052	3	0,000410	2, 3
(0,2,1)	0,000410	2, 3	0,000977	1, 2
(2,1,1)	0,000977	1, 2	0,001269	3

Таблица 5. Предельные нагрузки стержня (конфигурация 3) с учетом силы тяжести

(i_1, i_2, i_3)	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^- $	j^-	$ q_{(i_1, i_2, i_3)}^+ $	j^+
(0,0,2)	0	1	0,000321	3
(0,0,1)	0,000321	3	0,000529	2
(0,2,1)	0,000529	2	0,000716	1, 2
(2,1,1)	0,000716	1, 2	0,000883	3

Таблица 6. Предельные нагрузки стержня (конфигурация 4) с учетом силы тяжести

4 с учетом силы тяжести не деформируется полностью упруго при любом значении нагрузки q , хотя без ее учета упругому деформированию соответствует нагрузка $-0,000487 < q < 0$.

4. Заключение. Указанные примеры показывают, что форма поперечного сечения и собственный вес существенно влияют на предельные нагрузки. Игнорирование учета собственного веса конструкции может привести к существенным погрешностям в расчетах.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. The authors declare that they have no competing interests.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding. This study was not supported by any external sources of funding.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Немировский Ю. В., Тихонов С. В. Несущая способность многослойных бетонных стержней. Чебоксары : Изд-во Чуваш-го ун-та, 2022. 180 с.
- [2] Немировский Ю. В., Болтаев А. И. Диаграммы деформирования бетонов и железобетонов // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2015. № 6. С. 125–129.
- [3] Мищенко А. В., Немировский Ю. В., Вохмянин И. Т. Рациональное и оптимальное проектирование слоистых стержневых систем. Новосибирск : НГАСУ, 2004. 488 с.
- [4] Немировский Ю. В., Батурин А. А. Метод расчета деформативности и прочности одно-тавровых и двутавровых железобетонных стержней // Известия вузов. Строительство. 2015. № 10. С. 82–93.
- [5] Немировский Ю. В., Тихонов С. В. Определение предельных нагрузок плоского физически-нелинейного бетонного стержня // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2024. № 1(59). С. 135–143. EDN: RRDADP. DOI: 10.37972/chgpu.2024.59.1.009.

REFERENCES

- [1] Nemirovsky, Yu. V., Tikhonov, S. V. Load-bearing capacity of multilayer concrete rods. Cheboksary: Publishing House of Chuvash State University, 2022. 180 p.
- [2] Nemirovsky, Yu. V., Boltaev, A. I. Stress-strain diagrams of concrete and reinforced concrete // Bulletin of Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. 2015. No. 6. pp. 125–129.
- [3] Mishchenko, A. V., Nemirovsky, Yu. V., Vokhmyanin, I. T. Rational and optimal design of layered rod systems. Novosibirsk: NSABU, 2004. 488 p.
- [4] Nemirovsky, Yu. V., Baturin, A. A. Method for calculating the deformability and strength of I-beam and double-T reinforced concrete rods // University Proceedings. Construction. 2015. No. 10. pp. 82–93.
- [5] Nemirovsky, Yu. V., Tikhonov, S. V. Determination of ultimate loads of an n-layer physically nonlinear concrete rod // Bulletin of Chuvash State Pedagogical University named after I. Ya. Yakovlev. Series: Mechanics of Limit States. 2024. No. 1(59). pp. 135–143. EDN: RRDADP. DOI: 10.37972/chgpu.2024.59.1.009.