

В. Э. Богачева, О. С. Перова

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТА НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТОНКОГО АДГЕЗИОННОГО СЛОЯ

Тульский государственный университет, Тула, Россия

Аннотация. Рассматривается упругопластическое деформирование композита в состоянии плоской деформации под действием нагрузки, обеспечивающей нормальный разрыв адгезионного слоя. Образец состоит из двух одинаковых пластин сопряженных тонким адгезивом. Из общей вариационной постановки с учетом теории пластин Миндлина—Рейсснера и критерия Треска—Сен-Венана при условии полной пластичности (равенстве двух главных напряжений, действующих ортогонально отрыву) получена постановка в дифференциальном виде. В качестве материала для адгезива берется умерено пластичный Araldite 2015, а для сопрягаемых тел — сталь. Считается, что образуется одна область необратимых деформаций, которая локализуется на торце адгезионного слоя, а сопрягаемые тела и остальная часть адгезива деформируются согласно линейной теории упругости. Приведено общее аналитическое решение поставленной задачи на пластическом участке в виде функций поля перемещений верхней границы адгезива. Изучено влияние таких геометрических характеристик композита, как длина участка, где нет сопряжения тел со слоем, длина адгезионного слоя, высота сопрягаемых тел и высота слоя, на напряженное состояние адгезионного слоя. Показано, что кроме длины адгезива данные величины оказывают влияние на размер пластического участка и распределение средних напряжений в адгезионном слое.

Ключевые слова: адгезионный слой, композит, нормальный отрыв, упругопластическое деформирование.

Богачева Виктория Эдуардовна, аспирант кафедры вычислительной механики и математики; e-mail: v.boga4eva2014@yandex.ru; <https://orcid.org/0000-0002-6303-2160>; AuthorID: 1081852

Перова Ольга Сергеевна, аспирант кафедры вычислительной механики и математики; e-mail: o.s.perova@yandex.ru; <https://orcid.org/0009-0000-7489-9256>

для цитирования: Богачева В. Э., Перова О. С. Влияние геометрических характеристик композита на напряженное состояние тонкого адгезионного слоя // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2024. № 4(62). С. 97–106. DOI: 10.37972/chgpu.2024.62.4.011 EDN: QYGMSH

Статья опубликована на условиях лицензии *Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)*.

© Богачева В. Э., Перова О. С. 2024

Поступила: 01.10.24; принята в печать: 01.12.24; опубликована: 27.12.24.

V. E. Bogacheva, O. S. Perova

INFLUENCE OF GEOMETRIC CHARACTERISTICS OF THE COMPOSITE ON THE STRESS STATE OF A THIN ADHESIVE LAYER

Tula State University, Tula, Russia

Abstract. The paper considers elastic-plastic deformation of a composite in a state of plane deformation under the action of a load that ensures normal rupture of the adhesive layer. The sample consists of two identical plates connected by a thin adhesive. From the general variational formulation, taking into account the Mindlin–Reissner plate theory and the Tresca–Saint-Venant criterion, under the condition of complete plasticity (equality of the two main stresses acting orthogonally to the separation), a differential formulation is obtained. The moderately plastic Araldite 2015 is used as the adhesive material, and steel is used for the mating bodies. It is believed that one area of irreversible deformations is formed, which is localized at the end of the adhesive layer, and the mating bodies and the rest of the adhesive are deformed according to the linear theory of elasticity. A general analytical solution to the problem in the plastic area is given in the form of functions of the displacement field of the upper boundary of the adhesive. The influence of such geometric characteristics of the composite as the length of the section where there is no interface of bodies with the layer, the length of the adhesive layer, the height of the mating bodies and the height of the layer on the stress state of the adhesive layer has been studied. It is shown that, in addition to the length of the adhesive, these values have an effect on the size of the plastic section and the distribution of average stresses in the adhesive layer.

Keywords: adhesive layer, composite, normal separation, elastic-plastic deformation.

Viktoriya E. Bogacheva, Postgraduate; e-mail: v.boga4eva2014@yandex.ru;
<https://orcid.org/0000-0002-6303-2160>; AuthorID: 1081852

Olga S. Perova, Postgraduate; e-mail: o.s.perova@yandex.ru;
<https://orcid.org/0009-0000-7489-9256>;

to cite this article: Bogacheva V. E., Perova O. S. Influence of geometric characteristics of the composite on the stress state of a thin adhesive layer // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2024. No 4(62). p. 97–106. DOI: 10.37972/chgpu.2024.62.4.011 EDN: QYGMSH

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение. При экспериментальных исследованиях трещиностойкости адгезионных слоев в качестве образца обычно используют двухконсольную балку. А трещиноподобный дефект в адгезиве моделируют не только в виде математического разреза с жестким сцеплением сопрягаемых тел, но и в виде слоя с характерной толщиной [1–5].

В данной работе рассматривается образец, экспериментально изученный в статье [6] с различными материалами адгезионного слоя. С учетом того, что у композита тонкий адгезионный слой, в работе [7] получено упругое аналитическое решение задачи. А в статье [8] были найдены пределы упругости для образца с различными материалами слоя. Получено, что для адгезива Araldite AV138 можно ограничиться упругой постановкой задачи, а для Araldite 2015 и Sikaforce 7752 необходимо перейти к упругопластической постановке. В статье [9] методом конечных элементов было определено, что в случае плоской деформации возможно образование нескольких зон упругопластического деформирования с разными знаками гидростатического давления, но основной вклад в значение прочностных характеристик вносит напряженно-деформированное состояние зоны пластичности на торце адгезионного слоя. С учетом всех полученных ранее результатов, найдем аналитическое упругопластическое решение задачи и исследуем влияние геометрических характеристик образца на напряженное состояние адгезионного слоя с материалом Araldite 2015.

1. Постановка задачи. В данной статье исследуется нагружение нормальным отрывом композитного образца представленного на рис. 1. Считается, что консоли 1 и 2 деформируются упруго, а материал слоя 3 является упругопластическим без упрочнения. Композит находится в состоянии плоской деформации.

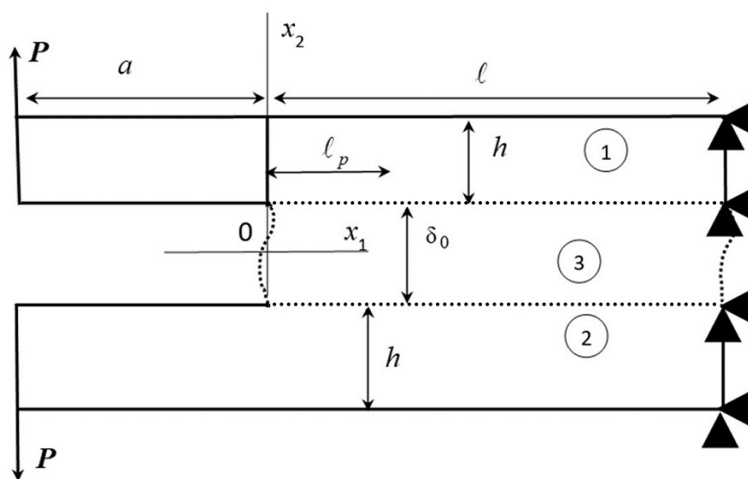


Рис. 1. Слоистый композит

Применим концепцию "слоя взаимодействия" [5] для описания взаимодействия адгезионного слоя 3 с консолями 1 и 2. Согласно данной концепции на границах между слоем и пластинами жесткое сцепление, и постулируется равенство по модулю и противоположность по направлению для векторов напряжений по границе слоя 3.

В силу симметрии рассматриваемого образца относительно оси Ox_1 (рис. 1) запишем уравнение равновесия консоли 1 в вариационной форме:

$$\int_{S_1} \boldsymbol{\sigma} \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon} ds + \int_{\ell} \bar{\sigma}_{22} \delta u_2^+ dx_1 + 0.5 \delta_0 \int_{\ell} \bar{\sigma}_{11} \frac{\partial \delta u_1^+}{\partial x_1} dx_1 = \int_{L_1} \mathbf{P} \cdot \delta \mathbf{u} dl, \quad (1)$$

где S_1 — площадь поперечного сечения тела 1 в плоскости Ox_1x_2 ; L_1 — граница приложения внешней нагрузки для тела 1; u_1^+ , u_2^+ — горизонтальное и вертикальное перемещения верхней границы слоя; $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ — тензоры напряжений и деформаций; $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$, $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ — тензоры средних напряжений и деформаций адгезионного слоя с компонентами: $\bar{\sigma}(x_1)_{12} = \bar{\sigma}(x_1)_{21} = \frac{1}{\delta_0} \int_{-0.5\delta_0}^{0.5\delta_0} \sigma(x_1, x_2)_{21} dx_2$,

$$\bar{\sigma}(x_1)_{11} = \frac{1}{\delta_0} \int_{-0.5\delta_0}^{0.5\delta_0} \sigma(x_1, x_2)_{11} dx_2, \quad \bar{\sigma}(x_1)_{22} = \frac{1}{\delta_0} \int_{-0.5\delta_0}^{0.5\delta_0} \sigma(x_1, x_2)_{22} dx_2,$$

$$\bar{\varepsilon}_{11}(x_1) = \frac{du_1^+(x_1)}{dx_1}, \quad \bar{\varepsilon}_{22}(x_1) = \frac{2u_2^+(x_1)}{\delta_0}, \quad \bar{\varepsilon}_{12}(x_1) = \bar{\varepsilon}_{21}(x_1) = 0. \quad (2)$$

В случае упругого деформирования используются определяющие соотношения в форме закона Гука:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon \delta_{ij} \right), \quad \bar{\sigma}_{ij} = \frac{E_3}{1+\nu_3} \left(\bar{\varepsilon}_{ij} + \frac{\nu_3}{1-2\nu_3} \bar{\varepsilon} \delta_{ij} \right), \quad (3)$$

где E , ν — модуль упругости и коэффициент Пуассона тела 1; E_3 , ν_3 — модуль упругости и коэффициент Пуассона слоя взаимодействия; $\varepsilon = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$, $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{11} + \bar{\varepsilon}_{22} + \bar{\varepsilon}_{33}$ — объемные деформации; δ_{ij} — символ Кронекера; $i, j = 1, 2, 3$.

В области необратимого деформирования адгезионного слоя предполагается выполнение критерия Треска—Сен-Венана [10] при условии полной пластичности. Для нагружения нормальным отрывом под ним подразумевается равенство двух главных напряжений $\bar{\sigma}_{11} = \bar{\sigma}_{33}$. Следовательно, условие текучести запишем в виде:

$$\bar{\sigma}_{22} - \bar{\sigma}_{11} = 2\tau_0, \quad (4)$$

где τ_0 — предел текучести.

Деформацию образца рассматриваем в рамках теории Миндлина—Рейсснера [11, 12] с распределением поля перемещений в виде:

$$\begin{aligned} u_1(x_1, x_2) &= u_1^+(x_1) - \varphi(x_1)(x_2 - \delta_0/2), \\ u_2(x_1, x_2) &= u_2^+(x_1). \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, от (1) приходим к двум системам дифференциальных уравнений для тела 1:

$$\begin{cases} \frac{dM_{11}}{dx_1} - Q_{12} = 0; \frac{dQ_{11}}{dx_1} = 0; \frac{dQ_{12}}{dx_1} = 0; x_1 \in [-a; 0), \\ \frac{dM_{11}}{dx_1} - Q_{12} = 0; \frac{dQ_{11}}{dx_1} + 0.5\delta_0 \frac{d\bar{\sigma}_{11}}{dx_1} = 0; \frac{dQ_{12}}{dx_1} = \bar{\sigma}_{22}; x_1 \in (0; \ell], \end{cases} \quad (6)$$

где $Q_{11} = Dh \left(\frac{du_1^+}{dx_1} - \frac{h}{2} \frac{d\varphi}{dx_1} \right)$, $Q_{12} = Lh \left(\frac{du_2^+}{dx_1} - \varphi \right)$, $M_{11} = Dh^2 \left(\frac{1}{2} \frac{du_1^+}{dx_1} - \frac{h}{3} \frac{d\varphi}{dx_1} \right)$ — обобщенные силы и обобщенный момент; $L = k \frac{E}{2(1+\nu)}$; $k = \frac{5}{6}$; $D = \frac{E}{(1-\nu^2)}$.

Из (2) и (3) получим напряженное состояние в слое взаимодействия на участке с обратимым деформированием:

$$\bar{\sigma}_{11} = D_1 \frac{du_1^+}{dx_1} + D_2 u_2^+, \bar{\sigma}_{22} = C_1 u_2^+ + C_2 \frac{du_1^+}{dx_1}, \quad (7)$$

где $D_1 = \frac{E_3(1-\nu_3)}{(1+\nu_3)(1-2\nu_3)}$; $D_2 = \frac{2E_3\nu_3}{(1+\nu_3)(1-2\nu_3)\delta_0}$; $C_1 = \frac{2D_1}{\delta_0}$; $C_2 = \frac{\delta_0 D_2}{2}$.

А на участке с пластическим деформированием предполагаем линейную связь между объемной деформацией слоя и гидростатическим давлением. Поэтому распределением напряжений в адгезионном слое с учетом (2) и (4) определяется следующим образом:

$$\bar{\sigma}_{11} = K \frac{du_1^+}{dx_1} + \frac{2K}{\delta_0} u_2^+ - \frac{2}{3} \tau_0, \bar{\sigma}_{22} = K \frac{du_1^+}{dx_1} + \frac{2K}{\delta_0} u_2^+ + \frac{4}{3} \tau_0, \quad (8)$$

где K — модуль объемной деформации; $K = \frac{E_3}{3(1-2\nu_3)}$.

Система (6) имеет граничные условия:

$$u_1^+|_{x_1=\ell} = 0, u_2^+|_{x_1=\ell} = 0, \varphi|_{x_1=\ell} = 0, \quad (9)$$

$$Q_{11}|_{x_1=-a} = 0, Q_{12}|_{x_1=-a} = -Q, M_{11}|_{x_1=-a} = 0, \quad (10)$$

и условия сопряжения:

$$\begin{aligned} u_1^+|_{x_1=-0} = u_1^+|_{x_1=+0}, u_2^+|_{x_1=-0} = u_2^+|_{x_1=+0}, \varphi|_{x_1=-0} = \varphi|_{x_1=+0}, \\ Q_{11}|_{x_1=-0} = (Q_{11} + 0.5\delta_0 \bar{\sigma}_{11})|_{x_1=+0}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$Q_{12}|_{x_1=-0} = Q_{12}|_{x_1=+0}, M_{11}|_{x_1=-0} = M_{11}|_{x_1=+0},$$

$$\begin{aligned} u_1^+|_{x_1=\ell_p-0} = u_1^+|_{x_1=\ell_p+0}, u_2^+|_{x_1=\ell_p-0} = u_2^+|_{x_1=\ell_p+0}, \varphi|_{x_1=\ell_p-0} = \varphi|_{x_1=\ell_p+0}, \\ (Q_{11} + 0.5\delta_0 \bar{\sigma}_{11})|_{x_1=\ell_p-0} = (Q_{11} + 0.5\delta_0 \bar{\sigma}_{11})|_{x_1=\ell_p+0}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$Q_{12}|_{x_1=\ell_p-0} = Q_{12}|_{x_1=\ell_p+0}, M_{11}|_{x_1=\ell_p-0} = M_{11}|_{x_1=\ell_p+0}.$$

В силу полученных дифференциальных уравнений на участке $x_1 \in [-a; 0)$ и условий сопряжения (11) можно ограничиться решением системы на участке $(0; \ell]$, перенеся граничные условия (10) в точку $x_1 = 0$:

$$(Q_{11} + 0.5\delta_0 \bar{\sigma}_{11})|_{x_1=+0} = 0, Q_{12}|_{x_1=+0} = -Q, M_{11}|_{x_1=+0} = -Qa. \quad (13)$$

В результате решение поставленной задачи определяется функциями, отвечающими за распределение поля перемещений (5), u_1^+ , u_2^+ , φ .

2. Решение задачи. Рассматривается композит [6] со следующими характеристиками материала тела 1: $E = 2.04 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu = 0.33$. Для адгезива берется Araldite 2015, у которого $E_3 = 1.85 \cdot 10^9$ Па, $\nu_3 = 0.33$, $\tau_0 = 14.6$ МПа, $P_{cr} = 1500$ Н, P_{cr} — экспериментальное значение внешней нагрузки при инициализации трещины в адгезиве высотой $\delta_0 = 10^{-3}$ м. Геометрические характеристики образца: $h = 0.0127$ м, $\delta_0 = 10^{-3}$ м, $a = 0.055$ м, $\ell = 0.2$ м, $b = 0.025$ м, где b — ширина композита в направлении нормали к рассматриваемому сечению (рис. 1). Распределенная нагрузка определяется следующим образом: $Q = \frac{P_{cr}}{b}$.

Для данного образца вид общего аналитического решения системы (6) на участке $(\ell_p; \ell]$ найдено в работе [13]. А общее решение на участке $(0; \ell_p]$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} u_1^+ = & \tilde{C}_2 e^{R_1 x_1} \begin{bmatrix} -R_9 \cos(R_2 x_1) + \\ +R_{10} \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} + \tilde{C}_3 e^{R_1 x_1} \begin{bmatrix} R_{10} \cos(R_2 x_1) + \\ +R_9 \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} - \\ & - \tilde{C}_4 e^{-R_1 x_1} \begin{bmatrix} R_9 \cos(R_2 x_1) + \\ +R_{10} \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} + \tilde{C}_5 e^{-R_1 x_1} \begin{bmatrix} -R_{10} \cos(R_2 x_1) + \\ +R_9 \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} + \\ & + \frac{1}{Dh} \tilde{C}_1 x_1 + \frac{2\tau_0 \delta_0}{3Dh} x_1 + \tilde{C}_6, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} u_2^+ = & \tilde{C}_2 e^{R_1 x_1} \begin{bmatrix} R_1 \cos(R_2 x_1) - \\ -R_2 \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} - \tilde{C}_3 e^{R_1 x_1} \begin{bmatrix} R_2 \cos(R_2 x_1) + \\ +R_1 \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} - \\ & - \tilde{C}_4 e^{-R_1 x_1} \begin{bmatrix} R_1 \cos(R_2 x_1) + \\ +R_2 \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} + \tilde{C}_5 e^{-R_1 x_1} \begin{bmatrix} -R_2 \cos(R_2 x_1) + \\ +R_1 \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} - \\ & - \frac{\delta_0}{2Dh} \tilde{C}_1 - \frac{2\tau_0 \delta_0 S}{3Dh}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \varphi = & \tilde{C}_2 e^{R_1 x_1} \begin{bmatrix} R_3 \cos(R_2 x_1) + \\ -R_4 \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} - \tilde{C}_3 e^{R_1 x_1} \begin{bmatrix} R_4 \cos(R_2 x_1) + \\ +R_3 \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} + \\ & + \tilde{C}_4 e^{-R_1 x_1} \begin{bmatrix} R_3 \cos(R_2 x_1) + \\ +R_4 \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix} + \tilde{C}_5 e^{-R_1 x_1} \begin{bmatrix} R_4 \cos(R_2 x_1) + \\ -R_3 \sin(R_2 x_1) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $\Delta = 4D^2 h^4 (1 - \delta_0 T)$; $T = \frac{12L(2LS+Dh)}{D^2 h^2}$; $S = \frac{Dh}{K} + \frac{\delta_0}{2}$; $R_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} + \alpha}{2}}$; $R_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \alpha}{2}}$; $\alpha = \frac{Dh - 6L\delta_0}{Lh\delta_0(\frac{Dh}{K} + 2\delta_0)}$; $\beta = \frac{D\sqrt{\delta_0 T - 1}}{L\delta_0(\frac{Dh}{K} + 2\delta_0)}$; $R_3 = \frac{2LS}{V} (R_1^2 - R_2^2 - \frac{2D}{LS\delta_0})$; $R_4 = \frac{4LSR_1 R_2}{V}$; $V = 2LS + Dh$; $R_5 = \frac{Dh^2(R_2 R_4 - R_1 R_3)}{2SK} + \frac{R_1}{S}$; $R_6 = -\frac{Dh^2(R_1 R_4 + R_2 R_3)}{2SK} + \frac{R_2}{S}$; $R_7 = \frac{R_1}{R_1^2 + R_2^2}$; $R_8 = \frac{R_2}{R_1^2 + R_2^2}$; $R_9 = R_5 R_7 + R_6 R_8$; $R_{10} = R_6 R_7 - R_5 R_8$.

3. Анализ решения. Построим распределение напряжений (7)-(8) адгезионного слоя при различных значениях длины участка без сопряжения тел со

слоем a . Для адгезива Araldite 2015 на рис. 2 кривая 1 построена при $a = 0.055$ м, кривая 2 — при $a = 0.1$ м. Пунктирной линией выделена область с пластическим деформированием слоя.

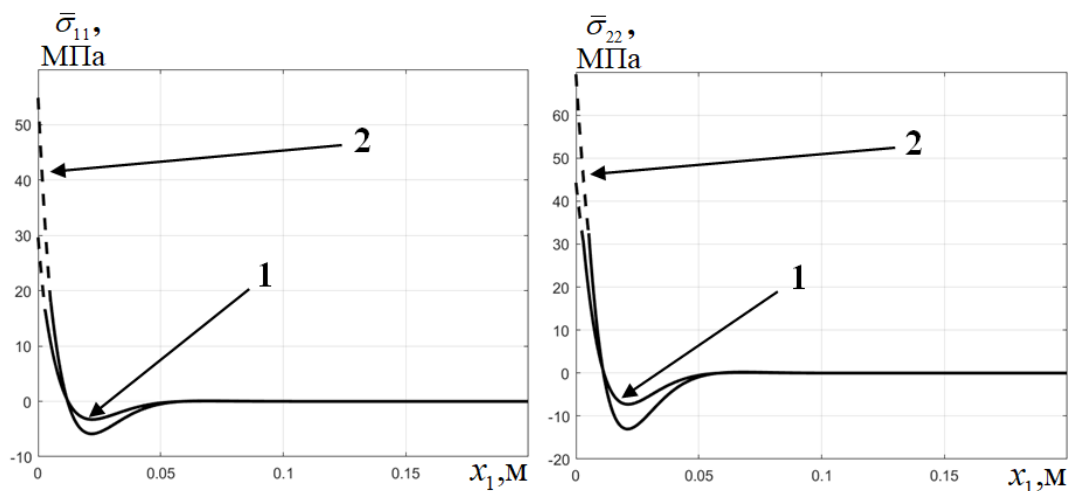


Рис. 2. Напряжения $\bar{\sigma}_{11}$ (слева) и $\bar{\sigma}_{22}$ (справа) при разном значении a

Из рис. 2 видим, что данная характеристика влияет на полученное решение. При $a = 0.055$ м длина пластического участка равна $\ell_p = 0.00294321$ м, а при $a = 0.1$ м — $\ell_p = 0.005217$ м.

Исследуем влияние длины адгезионного слоя ℓ на решение задачи. На рис. 3 построено напряженное состояние слоя (7)-(8) при $\ell = 0.2$ м и $\ell = 1$ м.

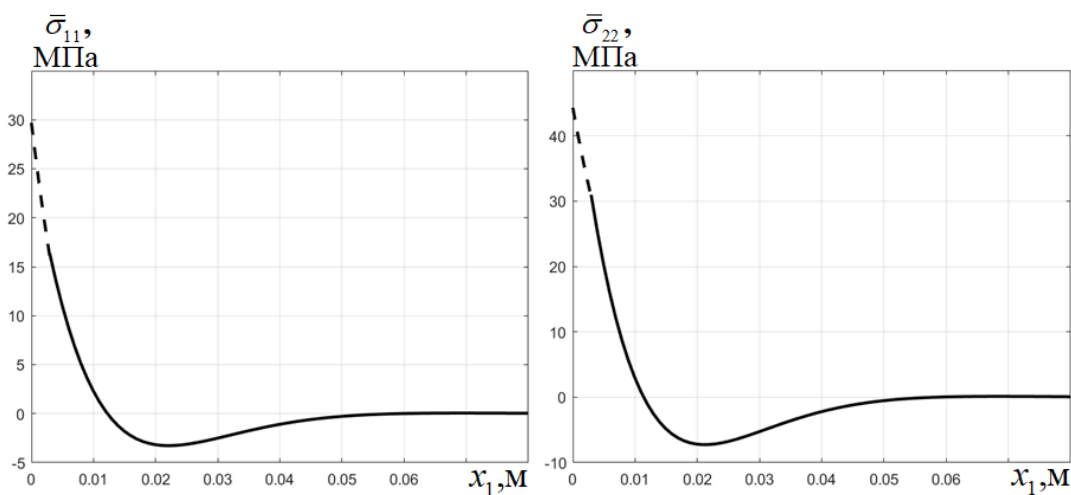


Рис. 3. Напряжения $\bar{\sigma}_{11}$ (слева) и $\bar{\sigma}_{22}$ (справа) при разной длине ℓ

Видим, что на рис. 3 графики совпадают, следовательно, длина слоя не влияет на решение задачи.

Рассмотрим напряженное состояние (7)-(8) при различных значениях высоты тела h и слоя взаимодействия δ_0 . На рис. 4 кривая 1 построена при $\delta_0 = 10^{-3}$ м, $h = 0.0127$ м, кривая 2 — $\delta_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м, $h = 0.0127$ м, кривая 3 — $\delta_0 = 10^{-3}$ м, $h = 0.017$ м.

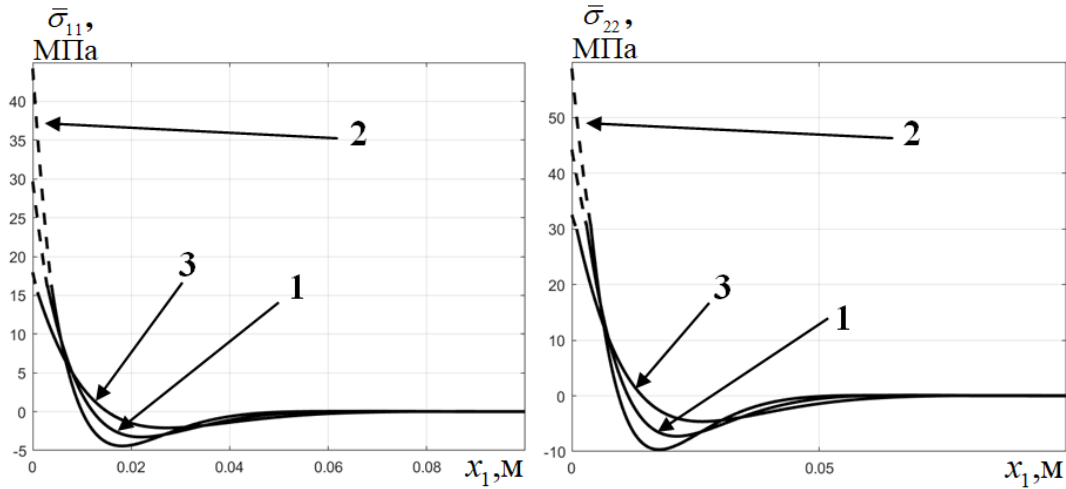


Рис. 4. Напряжения $\bar{\sigma}_{11}$ (слева) и $\bar{\sigma}_{22}$ (справа) при разных h и δ_0

Получены следующие значения длины участка с необратимым деформированием: в случае 1 — $\ell_p = 0.00294321$ м, 2 — $\ell_p = 0.00380874$ м, 3 — $\ell_p = 0.000979$ м. Из рис. 4 видим, что высота тела h и слоя δ_0 влияют на распределение напряжений в адгезионном слое.

Заключение. Рассмотрена модель упругопластического деформирования тонкого адгезионного слоя. Изучено влияние геометрических свойств композита на распределение напряжений в слое. Показано, что кроме длины слоя эти характеристики воздействуют на величину пластического участка и напряженное состояние адгезионного слоя. Увеличение значения a или уменьшение h , δ_0 приводит к росту пластического участка.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. В. Э. Богачева написание текста рукописи, согласование финальной версии рукописи, О. С. Перова редактирование текста рукописи.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Работа выполнена при поддержке госзадания Минобрнауки РФ (шифр FEWG-2023-0002).

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. V. E. Bogacheva writing the text of the manuscript, agreeing on the final version of the manuscript, O. S. Perova editing the text of the manuscript.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding. The work was carried out with the support of the state assignment of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (code FEWG-2023-0002).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Prandtl L., Knauss W. G. A thought model for the fracture of brittle solids // International Journal of Fracture. 2011. Vol. 171, no. 2. P. 105–109.
- [2] Ентов В. М., Салганик Р. Л. К модели хрупкого разрушения Прандтля // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1968. № 6. С. 87–99.
- [3] Салганик Р. Л., Мищенко А. А., Федотов А. А. Напряженное состояние в окрестности выработки, пройденной в глубоководном горизонтальном пласте // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2015. № 2. С. 24–33.
- [4] Макклиток Ф. Пластические аспекты разрушения // Разрушение. Москва : Мир, 1975. Т. 3. С. 67–262.
- [5] Glagolev V. V., Markin A. A. Fracture models for solid bodies, based on a linear scale parameter // International Journal of Solids and Structures. 2019. Vol. 158. P. 141–149. DOI: doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.09.002.
- [6] Lopes R. M., Campilho R. D. S. G., da Silva F. J. G., Faneco T. M. S. Comparative evaluation of the Double-Cantilever Beam and Tapered Double-Cantilever Beam tests for estimation of the tensile fracture toughness of adhesive joints // Journal of Adhesion and Adhesives. 2016. Vol. 67. P. 103–111. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2015.12.032.
- [7] Богачева В. Э. Исследование деформирования тонкого адгезионного слоя композита при воздействии нормальным отрывом // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2023. № 7. С. 38–45. DOI: 10.24412/2071-6168-2023-7-38-39.
- [8] Богачева В. Э. Исследование предела упругости тонкого адгезионного слоя композита при его нагружении нормальным отрывом // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2023. № 3 (57). С. 66–73. DOI: 10.37972/chgpu.2023.57.3.005.
- [9] Богачева В. Э., Глаголев В. В., Глаголев Л. В., Маркин А. А. Влияние пластических свойств тонкого адгезионного слоя на распределение зон пластичности и значения J-интеграла в состоянии плоской деформации // Механика композиционных материалов и конструкций. 2023. Т. 29, № 1. С. 115–131. DOI: 10.33113/mkkm.ras.2023.29.01.08.
- [10] Tresca H. Memoires sur l'ecoulement des corps solides // Memoires presentes par divers savants a l'Academie royaledes ciences. 1868. Vol. 18, no. 1864. P. 733–799.
- [11] Mindlin R. D. Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates // ASME Journal of Applied Mechanics. 1951. Vol. 18. P. 31–38.
- [12] Reissner E. On Bending of Elastic Plates // Quarterly of Applied Mathematics. 1947. Vol. 5, no. 1. P. 55–68.
- [13] Богачева В. Э. Влияние механических характеристик слоистого композита на критическое значение J-интеграла // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2023. № 4 (58). С. 63–70. DOI: 10.37972/chgpu.2023.58.4.007.

REFERENCES

- [1] Prandtl L., Knauss W. G. A thought model for the fracture of brittle solids // *International Journal of Fracture*. 2011. Vol. 171, no. 2. P. 105–109.
- [2] Entov V. M., Salganik R. L. To the Prandtl model of brittle fracture // *Izv. AN SSSR. MTT*. 1968. no. 6. P. 87–99. (in Russian).
- [3] Salganik R. L., Mishchenko A. A., Fedotov A. A. Stress state in the vicinity of excavation in deep horizontal bed // *Journal of Mining Science*. 2015. no. 2. P. 24–33. (in Russian).
- [4] F. Makkintok. Plastic aspects of destruction // *Razrushenie*. Moscow : Mir, 1975. Vol. 3. P. 67–262. (in Russian).
- [5] Glagolev V. V., Markin A. A. Fracture models for solid bodies, based on a linear scale parameter // *International Journal of Solids and Structures*. 2019. Vol. 158. P. 141–149. DOI: doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.09.002.
- [6] Lopes R. M., Campilho R. D. S. G., da Silva F. J. G., Faneco T. M. S. Comparative evaluation of the Double-Cantilever Beam and Tapered Double-Cantilever Beam tests for estimation of the tensile fracture toughness of adhesive joints // *Journal of Adhesion and Adhesives*. 2016. Vol. 67. P. 103–111. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2015.12.032.
- [7] Bogacheva V. E. Investigation of deformation of a thin adhesive layer of a composite under the influence of a normal separation // *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki*. 2023. no. 7. P. 38–45. DOI: 10.37972/chgpu.2023.57.3.005. (in Russian).
- [8] Bogacheva V. E. Investigation of the elastic limit of a thin adhesive layer of a composite under normal separation loading // *Vestnik of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State*. 2023. no. 3 (57). P. 66–73. DOI: 10.37972/chgpu.2023.57.3.005. (in Russian).
- [9] Bogacheva V. E., Glagolev V. V., Glagolev L. V., Markin A. A. Influence of the plastic properties of a thin adhesion layer on the distribution of plasticity zones and the values of the J-integral in the plane deformation state // *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii*. 2023. Vol. 29, no. 1. P. 115–131. DOI: 10.33113/mkmmk.ras.2023.29.01.08. (in Russian).
- [10] Tresca H. Memoires sur l'ecoulement des corps solides // *Memoires presentes par divers savants a l'Academie royaledes ciences*. 1868. Vol. 18, no. 1864. P. 733–799.
- [11] Mindlin R. D. Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates // *ASME Journal of Applied Mechanics*. 1951. Vol. 18. P. 31–38.
- [12] Reissner E. On Bending of Elastic Plates // *Quarterly of Applied Mathematics*. 1947. Vol. 5, no. 1. P. 55–68.
- [13] Bogacheva V. E. Influence of mechanical characteristics of a layered composite on the critical value of the J-integral // *Vestnik of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State*. 2023. no. 4 (58). P. 63–70. DOI: 10.37972/chgpu.2023.58.4.007. (in Russian).