Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния.

DOI: 10.37972/chgpu.2025.63.1.008 *EDN: OUUQKN*

Научная статья *УДК: 539.374*

А. В. Дробышева, А. Н. Спорыхин, Ю. Д. Щеглова

О ДИНАМИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В РЫХЛЫХ ГОРНЫХ ПОРОДАХ

Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия

Аннотация. В работе рассматривается сферическая полость в невесомом полупространстве, моделирующем горную породу с выработкой соответствущей формы, которая может быть получена в результате камуфлетного взрыва. Скопление газообразных продуктов взрыва в стенках выработки приводит к ее динамическому деформированию. Горная порода представляется многокомпонентной упруговязкопластической моделью. В постановке задачи учтена возможность изменять количество компонент среды. Сферическая форма полости и предположение о независимости вида динамической нагрузки от геометрических параметров выработки приводит к осесимметричному напряженно-деформированному состоянию. Получены соотношения для определения напряжений и перемещений в упругой и пластической зонах деформирования, уравнение для нахождения радиуса упругопластической границы, из которого, используя условия начала пластического течения, получено соотношение, позволяющее определить комбинацию нагрузок, соответствующих моменту возникновения пластического деформирования при заданных физико-механических и геометрических параметрах.

Ключевые слова: упруговязкопластичность, многокомпонентная среда, осесимметричное состояние, динамическое деформирование, деформирование полупространства, сферическая полость, модель Спорыхина, упругопластическая граница.

Дробышева Анастасия Вячеславовна, магистрант по направлению механика и математическое моделирование кафедры мехники и компьютерного моделирования;
`e-mail:` dav_19_001@mail.ru

Спорыхин Анатолий Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры мехники и компьютерного моделирования;
`e-mail:` anatoli.sporyhin@yandex.ru;

Щеглова Юлия Дмитриевна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры механики и компьютерного моделирования; `e-mail:` scheglova@gmail.com;

для цитирования: *Дробышева А. В., Спорыхин А. Н., Щеглова Ю. Д.* О динамическом деформировании сферической полости в рыхлых горных породах // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2025. № 1(63). С. 89–99. DOI: 10.37972/chgpu.2025.63.1.008. EDN: OUUQKN

Поступила: 05.02.25; *принята в печать: 13.04.25;* *опубликована: 17.06.25.*

Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost.

DOI: 10.37972/chgpu.2025.63.1.008 *EDN: OUUQKN*
Research Article

A. B. Drobysheva, A. N. Sporykhin, Yu. D. Shcheglova

ON THE DYNAMIC DEFORMATION OF A SPHERICAL CAVITY IN LOOSE ROCKS

Voronezh State University, Voronezh, Russia

Abstract. The work considers a spherical cavity in a weightless half-space that simulates a rock with the development of an appropriate shape that can be obtained as a result of a camouflage explosion. The accumulation of gaseous explosion products in the walls of the mine leads to its dynamic deformation. The rock is represented by a multicomponent elastoviscoplastic model. The problem statement takes into account the possibility of changing the number of environmental components. The spherical shape of the cavity and the assumption that the type of dynamic load is independent of the geometric parameters of the excavation leads to an axisymmetric stress-strain state. Relations are obtained for determining stresses and displacements in elastic and plastic deformation zones, an equation for finding the radius of the elastoplastic boundary, from which, using the conditions of the onset of plastic flow, a ratio is obtained that makes it possible to determine the combination of loads corresponding to the moment of occurrence of plastic deformation under specified physico-mechanical and geometric parameters.

Keywords: elastoviscoplasticity, multicomponent medium, axisymmetric state, dynamic deformation, half-space deformation, spherical cavity, Sporykhin model, elastoplastic boundary.

Anastasia V. Drobysheva, Master's student; `e-mail:` dav_19_001@mail.ru

Anatoliy N. Sporykhin, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor;
`e-mail:` anatoli.sporyhin@yandex.ru

Yulia D. Shcheglova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor;
`e-mail:` scheglova@gmail.com

to cite this article: *Drobysheva A. B., Sporykhin A. N., Shcheglova Yu. D.* On the dynamic deformation of a spherical cavity in loose rocks // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2025. No 1(63). p. 89–99. DOI: 10.37972/chgpu.2025.63.1.008

Received: 05.02.25; *accepted: 13.04.25;* *published: 17.06.25.*

Введение

Современная практика гражданского строительства в России и зарубежом демонстрирует тенденцию роста использования подземных резервуаров для хранения нефти и нефтепродуктов, газообразных продуктов (природного газа, гелия, сжиженных углеводородных газов, этана, этилена, нестабильного газового конденсата), а также для захоронения токсичных промышленных отходов [1–3]. Причем увеличивается не только количество таких резервуаров, но и их объем [4]. Широкое использование подземных выработок в хозяйственной деятельности требует расчета их поведения при воздействии динамических нагрузок, что необходимо для их проекттирования, безопасной эксплуатации и при прогнозировании чрезвычайных ситуациий.

Подземные емкости в горной породе образуются с использованием камуфлетных взрывов [5]. В результате камуфлетного взрыва раздавленная и вытесненная порода вдавливается в стенки котла, которые вследствие этого представляют собой слои раздавленной и уплотненной породы [6], что в рамках исследуемой задачи соответствует пластическому деформированию породы вокруг выработки. При этом заложение заряда на достаточной глубине обеспечивает отсутствие остаточных деформаций дневной поверхности. Поэтому при определении напряженно-деформированного состояния породы вокруг выработки будем различать области упругого и пластического деформирования. Возникшая в момент взрыва ударная волна перемещается радиально в массиве породы за пределы котла, вызывая смещение частиц породы в радиальном направлении [6]. Как следствие, такие хранилища представляются в виде сферических или эллипсоидальных полостей в массиве горных пород.

Задача о деформировании сферической полости в невесомом полупространстве для упруговязкопластического тела Спорыхина S_p [3] представлена в работе [7]. Эта модель отражает свойства скальных пород [8]. В настоящей работе рассматривается массив смешанных рыхлых горных пород [8], который в области пластического деформирования моделируется упруговязкопластическим многокомпонентным телом S_p^α [9–12].

1. Динамическое деформирование сферической полости в невесомом многокомпонентном упруговязкопластическом полупространстве

Деформирование сферической полости радиуса a в невесомом полупространстве рассматривается в квазистатической постановке также, как в работе [7].

Давление газообразных продуктов взрыва на поверхность выработки будем моделировать равномерно распределенной по контуру полости нагрузкой P следующего вида

$$P = P_0 e^{\hat{\varkappa} t}, \quad t_* \leqslant t < t_0 \ ,$$

где $\hat{\varkappa}$ — известная константа.

На бесконечности действует нагрузка q, определяемая выражением $q = q_0 = gh$, где g — средний объемный вес вышележащих пород, h — глубина заложения полости.

Следуя работе [9], приведем соотношения, определяющие свойства многокомпонентной упруговязкопластической модели S_p^α.

При выполении ниже следующего условия массив вокруг полости находится в упругом состоянии

$$S_{ij}S^{ij} < k_1^2 \ , \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} \ , \quad k_1 \geqslant \ k_2 \geqslant \ \cdots \geqslant k_L \ , \tag{1}$$

где S_{ij} — компоненты девиатора тензора напряжений.

Для многокомпонентной смеси используется последовательное соединение моделей S_p^α. При таком варианте соединения в упругой области выполняются соотношения

$$S_{ij}^\alpha = 2\mu_\alpha \varepsilon_{ij}^\alpha \ , \quad \text{здесь нет суммирования по } \alpha \text{ от 1 до L} \ , \tag{2}$$

где μ_α — параметры Ламе.

Далее, отсутствие в соотношениях суммирования по α будем обозначать конструкцией «нет $\sum \alpha = 1, 2, \ldots, L$».

В пластической области при выполнении условия $S_{ij}S^{ij} \geqslant k_1^2$ полная деформация является суммой полных деформаций для каждой компоненты среды, а каждая из них, в свою очередь, представляется суммой упругой и пластической составляющих

$$\varepsilon = \varepsilon_{ij}^1 + \varepsilon_{ij}^2 + \cdots + \varepsilon_{ij}^L = \varepsilon_{ij}^{e1} + \varepsilon_{ij}^{p1} + \varepsilon_{ij}^{e2} + \varepsilon_{ij}^{p2} + \cdots + \varepsilon_{ij}^{eL} + \varepsilon_{ij}^{pL} \ , \tag{3}$$

здесь $\varepsilon_{ij}^1, \ \varepsilon_{ij}^2, \ldots, \ \varepsilon_{ij}^L$ — деформации первой, второй и так далее моделей S_p^α, соответственно.

В пластической области объемная деформация отсутствует, поэтому выполняетсяя условие несжимаемости для диагональных компонент пластических составляющих тензора деформациии отдельных компонет среды

$$\varepsilon_{nn}^{p\alpha} = 0 \ , \quad \alpha = 1, 2, \ldots, L \ . \tag{4}$$

Откуда получаем, что компоненты тензора пластических деформаций $\varepsilon_{ij}^{p\alpha}$ совпадают с компонентами девиатора тензора деформаций $e_{ij}^{p\alpha}$.

При последовательном соединении приложенные к моделям напряжения одинаковы, откуда следует

$$S_{ij}^1 = S_{ij}^2 = \cdots = S_{ij}^\alpha = S_{ij} \ , \quad (\sigma_{ij}^1 = \sigma_{ij}^2 = \cdots = \sigma_{ij}^\alpha = \sigma_{ij}) \ . \tag{5}$$

Условие пластичности для каждой модели S_p^α имеет вид

$$\left(S_{ij} - c_\alpha \varepsilon_{ij}^{p\alpha} - \eta_\alpha \dot{\varepsilon}_{ij}^{p\alpha}\right)\left(S_{ij} - c_\alpha \varepsilon_{ij}^{p\alpha} - \eta_\alpha \dot{\varepsilon}_{ij}^{p\alpha}\right) = k_\alpha^2 \ , \quad \text{нет} \sum \alpha = 1, 2, \ldots, L \ , \tag{6}$$

где η_α — коэффициент вязкости, c_α — коэффициент упрочнения, k_α — предел текучести.

При этом ассоциированный закон пластического течения связывает компоненты тензора скоростей пластических деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}^{p\alpha}$ с компонентами тензора напряжений соотношениями вида

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p\alpha} = \psi_\alpha \left(S_{ij} - c_\alpha \varepsilon_{ij}^{p\alpha} - \eta_\alpha \dot{\varepsilon}_{ij}^{p\alpha} \right) \ , \quad \text{нет} \sum \alpha = 1, 2, \ldots, L \ , \tag{7}$$

здесь ψ_α — положительный скалярный множитель.

Сотношения Коши определяют зависимость компонент полных деформаций от компонент вектора перемещений

$$2\varepsilon_j^i = \nabla_j w^i + \nabla^i w_j \ . \tag{8}$$

Действительные компоненты тензора напряжений удовлетворяют уравнениям равновесия и в упругой и в пластической областях

$$\nabla_i \sigma_j^i = 0 \ . \tag{9}$$

2. Осесимметричное состояние невесомого многокомпонентного упруговязкопластического полупространства со сферической полостью

Будем счиать, что для массива со сферической полостью реализуется осесимметричное состояние, в этом случае $\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi$.

Из уравнений равновесия (9) в сферической системе координат следует одно уравнение

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \ . \tag{10}$$

С использованием закона Гука (2), соотношений Коши (8) и уравнения равновесия (10) для данного случая в упругой области можно получить поле перемещений и напряжений в виде

$$w^e = \frac{C_1}{r^2} \ , \quad \sigma_r^e = -4\mu\frac{C_1}{r^3} + C_2 \ , \quad \sigma_\theta^e = 2\mu\frac{C_1}{r^3} + C_2 \ . \tag{11}$$

Как было сказано ранее, объемное расширение в пластической зоне отсутствует, поэтому из условия несжимаемости (4) получаем

$$\varepsilon_r + 2\varepsilon_\theta = \frac{dw^p}{dr} + 2\frac{w^p}{r} = 0 \ .$$

Откуда следуют соотношения

$$\varepsilon_\theta = -\frac{\varepsilon_r}{2} \ , \quad w^p = \frac{B_1}{r^2} \ , \quad \text{где} \quad \varepsilon_r = \frac{dw^p}{dr} \ . \tag{12}$$

Ассоциированный закон пластического течения (7) в осесимметричном случае дает три соотношения

$$\dot{\varepsilon}_r^{p\alpha} = \psi_\alpha \left(S_r - c_\alpha \varepsilon_r^{p\alpha} - \eta_\alpha \dot{\varepsilon}_r^{p\alpha} \right) \ , \quad \dot{\varepsilon}_\theta^{p\alpha} = \psi_\alpha \left(S_\theta - c_\alpha \varepsilon_\theta^{p\alpha} - \eta_\alpha \dot{\varepsilon}_\theta^{p\alpha} \right) \ ,$$
$$\dot{\varepsilon}_\phi^{p\alpha} = \psi_\alpha \left(S_\phi - c_\alpha \varepsilon_\phi^{p\alpha} - \eta_\alpha \dot{\varepsilon}_\phi^{p\alpha} \right) \ , \quad \text{нет} \sum \alpha = 1, 2, \ldots, L \ .$$

Из этих равенств с учетом, что $\varepsilon_\theta^p = \varepsilon_\phi^p$, следует

$$S_\theta = S_\phi \ , \quad S_\theta = -\frac{S_r}{2} \ .$$

При этом функция нагружения (6) приобретает следующий вид

$$(S_r - c_\alpha \varepsilon_r^{p\alpha} - \eta_\alpha \dot{\varepsilon}_r^{p\alpha})^2 = K_\alpha^2 \ , \quad K_\alpha = \frac{k_\alpha}{\sqrt{3}} \ , \quad \text{нет} \sum \alpha = 1, 2, \ldots, L \ . \tag{13}$$

Из соотношений (2) следует

$$\varepsilon_r^{e\alpha} = \frac{S_r}{2\mu_\alpha}, \quad \text{нет} \sum \alpha = 1, 2, \ldots, L \ . \tag{14}$$

Так как для последовательного соединения моделей выполняется (5), то суммируя (14), получаем

$$S_r \sum_{\alpha=1}^{L} \frac{1}{2\mu_\alpha} = \sum_{\alpha=1}^{L} \varepsilon_r^{e\alpha} = \varepsilon_r^e \ . \tag{15}$$

Откуда, следуя (3), будем иметь

$$\varepsilon_r = \sum_{\alpha=1}^{L} \varepsilon_r^{e\alpha} + \sum_{\alpha=1}^{L} \varepsilon_r^{p\alpha} = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p \ . \tag{16}$$

Тогда для упругой составляющей деформации каждой компоненты $\varepsilon_r^{e\alpha}$ получим соотношение

$$\varepsilon_r^{e\alpha} = \varepsilon_r - \varepsilon_r^{p\alpha} \ .$$

С учетом этого из (2) будем иметь

$$S_r^\alpha = 2\mu_\alpha \left(\varepsilon_r - \varepsilon_r^{p\alpha}\right) \ , \quad \text{нет} \sum \alpha = 1, 2, \ldots, L \ . \tag{17}$$

Используя (12) и (17), из (13) получим уравнение для определния пластической составляющей деформации каждой компоненты

$$\frac{d\varepsilon_r^{p\alpha}}{dt} + \frac{(2\mu_\alpha + c_\alpha)}{\eta_\alpha} \varepsilon_r^{p\alpha} = -\left(K_\alpha + \frac{4\mu_\alpha B_1}{r^3}\right) \frac{1}{\eta_\alpha} \ , \quad \text{нет} \sum \alpha = 1, 2, \ldots, L \ . \tag{18}$$

Будем считать согласно [8], что при динамическом деформировании вязкость многокомпонентной среды горных пород возрастает пропорционально времени процесса деформирования, в этом случае коэффициенты вязкости представляются соотношением

$$\eta_\alpha = \eta_{0\alpha} t \quad \alpha = 1, 2 \ldots L \ . \tag{19}$$

Решение уравнения (18) при учете (19) будет иметь вид

$$\varepsilon_r^{p\alpha} = -\frac{1}{2\mu_\alpha + c_\alpha} \left(K_\alpha + \frac{4\mu_\alpha B_1}{r^3} + B_2 t^{-\alpha_0}\right) \ , \quad \text{нет} \sum \alpha = 1, 2, \ldots, L \ , \tag{20}$$

где введено обозначение
$$\alpha_0 = \frac{2\mu_\alpha + c_\alpha}{\eta_{0\alpha}} \ .$$

Условие об отсутствии пластической деформации в момент времени, соответствующий началу пластического течения, то есть $\varepsilon_r^{p\alpha} = 0$ при $t = t_*$, позволяет определить неизвестную константу интегрирования B_2 в форме
$$B_2 = -\left(K_\alpha + \frac{4\mu_\alpha B_1}{r^3}\right) t_*^{\alpha_0} \ . \tag{21}$$

Из соотношений (15) и (16) можно получить
$$S_r = \left(\sum_{\alpha=1}^{L} \frac{1}{2\mu_\alpha}\right)^{-1} (\varepsilon_r - \varepsilon_r^p) \ . \tag{22}$$

Для определения компонент напряжений в пластической области найдем разницу компонент напряжений, используя (22), (12) и (20) с учетом суммирования по α
$$\sigma_r - \sigma_\theta = S_r - S_\theta = \frac{3}{2} S_r =$$
$$= \frac{3}{2}\mu_0 \left\{ \frac{2}{r^3} \left[-1 + \sum_{\alpha=1}^{L} \frac{2\mu_\alpha \left(1 - t^{-\alpha_0} t_*^{\alpha_0}\right)}{2\mu_\alpha + c_\alpha} \right] B_1 + \sum_{\alpha=1}^{L} \frac{K_\alpha}{2\mu_\alpha + c_\alpha} \right\} \ ,$$
где введено обозначение
$$\mu_0 = \left(\sum_{\alpha=1}^{L} \frac{1}{2\mu_\alpha}\right)^{-1} \ .$$

Тогда из уравнения равновесия (10) получим поле напряжений в области пластического деформирования в виде
$$\sigma_r^p = \frac{\mu_0}{r^3}(1 - I)B_1 + II \ln r + B_3 \ ,$$
$$\sigma_\theta^p = \frac{2\mu_0}{r^3}(1 - I)B_1 + II(\ln r - 1) + B_3 \ ,$$
здесь и далее обозначено
$$I = \sum_{\alpha=1}^{L} \frac{2\mu_\alpha \left(1 - t^{-\alpha_0} t_*^{\alpha_0}\right)}{2\mu_\alpha + c_\alpha} \ ,$$
$$II = \frac{3}{2}\mu_0 \sum_{\alpha=1}^{L} \frac{K_\alpha}{2\mu_\alpha + c_\alpha} \ .$$

Неизвестные константы интегрирования $C_1,\ C_2,\ B_1,\ B_3$ и радиус упругопластической границы γ определяем из следующих условий:

— граничное условие на поверхности полости
$$\sigma_r^p = -P_0 e^{\hat{\varkappa} t} \quad \text{при} \quad r = a \ ;$$

— условие на бесконечности

$$\sigma_r^e = \sigma_\theta^e = q = -gh \quad \text{при} \quad r \to \infty \ ;$$

— условия непрерывности напряжений и перемещений на границе раздела упругой и пластической зон деформирования

$$\sigma_r^e = \sigma_r^p \ , \quad \sigma_\theta^e = \sigma_\theta^p \quad w^e = w^p \quad \text{при} \quad r = \gamma \ .$$

Зарождение зоны пластического деформирования, что соответствует моменту времени $t = t_*$, происходит от внутренней границы полости. Тогда начальное значение для радиуса упругопластической границы принимается в виде $\gamma = a$ при $t = t_*$.

Условие непрерывности перемещений на упругопластической границе, то есть $w^e = w^p$ при $r = \gamma$, позволяет вывести, что $C_1 = B_1$.

Неизвестную C_2 можно определить из условия на бесконечности, что $\sigma_r^e = \sigma_\theta^e = q = -gh \quad$ при $\quad r \to \infty$. Тогда получим

$$C_2 = q = -gh \ . \tag{23}$$

Непрерывность компоненты напряжений $\sigma_r^e = \sigma_r^p$ на упругопластической границе $r = \gamma$ дает уравнение

$$-\frac{4\mu C_1}{\gamma^3} + q = \frac{\mu_0}{\gamma^3}(1 - I)C_1 + II \ln\gamma + B_3 \ . \tag{24}$$

Из граничного условия на поверхности сферической полости $\sigma_r^p = -P_0 e^{\dot{\varkappa} t}$ при $r = a$ получаем соотношение для определения постоянной интегрирования B_3

$$\frac{\mu_0}{a^3}(1 - I)C_1 + II \ln a + B_3 = -P_0 e^{\dot{\varkappa} t} \ .$$

Откуда следует

$$B_3 = -P_0 e^{\dot{\varkappa} t} - II \ln a - \frac{\mu_0}{a^3}(1 - I)C_1 \ . \tag{25}$$

Уравнение для определения постоянной интегрирования C_1 следует из подстановки (25) в (24)

$$-\frac{4\mu C_1}{\gamma^3} + q = \frac{\mu_0}{\gamma^3}(1 - I)C_1 + II \ln\gamma - P_0 e^{\dot{\varkappa} t} - \frac{\mu_0}{a^3}(1 - I)C_1 - II \ln a \ ,$$

из которого получим

$$C_1 = \frac{-q - P_0 e^{\dot{\varkappa} t} + II(\ln\gamma - \ln a)}{-\frac{4\mu}{\gamma^3} + \mu_0(1 - I)\left(\frac{1}{a^3} - \frac{1}{\gamma^3}\right)} \ . \tag{26}$$

Из условия равенства компонент напряжений $\sigma_\theta^e = \sigma_\theta^p$ при $r = \gamma$ получаем соотношение для определения радиуса упругопластической границы γ в массиве горной породы

$$-\frac{2\mu C_1}{\gamma^3} + C_2 = \frac{2\mu_0}{\gamma^3}(1 - I)C_1 + II(\ln\gamma - 1) + B_3 \ . \tag{27}$$

В итоге подстановкой выражений (23), (25), (26) для определения постоянных интегрирования $C_1,\ C_2,\ B_3$ в (27) получаем уравнение

$$\frac{-q - P_0 e^{\dot{a}t} + II(\ln\gamma - \ln a)}{-\frac{4\mu}{\gamma^3} + \mu_0(1-I)\left(\frac{1}{a^3} - \frac{1}{\gamma^3}\right)} \left(-\frac{2}{\gamma^3}(\mu + \mu_0(1-I)) + \frac{\mu_0}{a^3}(1-I)\right) - \\ -II(\ln\gamma - \ln a - 1) + P_0 e^{\dot{a}t} + q = 0\ . \tag{28}$$

Если задать физико-механические параметры многокомпонентной упруговязкопластической среды S_p^α и геометрический размер полости a, а также в (28) положить $\gamma = a$ и $t = t_*$, то можно получить соотношение для определения комбинации нагрузок $P_* = P_0 e^{\dot{\varkappa}t}$ и $q = -gh$, при которых возникает пластическое деформирование массива горной породы вокруг полости. Оно имеет вид

$$\left(1 - \frac{2\mu + \mu_0(1-I)}{4\mu}\right)\left(P_0 e^{\dot{\varkappa}t} + q\right) - II(2\ln a - 1) = 0\ . \tag{29}$$

Если уменьшить порядок модели S_p^α до единицы, то есть принять $L = 1$, то из (29) следуют результаты работы [7].

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. А. В. Дробышева обзор литературы по теме статьи, вывод уравнения для определения упругопластической границы, компьютерный набор текста рукописи, А. Н. Спорыхин построение модели многокомпонентной упруговязкопластической среды, написание текста рукописи, согласование финальной версии рукописи, Ю. Д. Щеглова математическая постановка задачи, упрощение и решение уравнений в аналитической форме, редактирование текста рукописи.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. A. V. Drobysheva review of literature on the topic of the article, derivation of an equation for determining the elastoplastic boundary, computer typing of the manuscript, A. N. Sporykhin construction of a model of a multicomponent elastoviscoplastic medium, writing the text of the manuscript, approval of the final version of the manuscript, Yu. D. Shcheglova mathematical formulation of the problem, simplification and solution of equations in analytical form, editing the text of the manuscript.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding. This study was not supported by any external sources of funding.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Спорыхин А. Н., Шашкин А. И. Устойчивость равновесия пространственных тел и задачи механики горных пород. М. : Физматлит, 2004. 232 с.

[2] Спорыхин А. Н. Неконсервативные задачи трехмерной теории неупругой устойчивости в геомеханике. Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2015. 372 с.

[3] Спорыхин А. Н. Метод возмущений в задачах устойчивости сложных сред. Воронеж: ВГУ, 1997. 360 с.

[4] Боровиков В. А., Сластенко В. К., Кадол И. А. Оценка радиуса камуфлетной полости при взрыве сферического заряда тэна в горных породах // Инженерно-строительный журнал. 2008. № 1. С. 44–50.

[5] Юревич Г. Г., Трофимов В. Д. Горная геомеханика глубинных взрывов. М. : Недра, 1980. 156 с.

[6] Антощенко Н. И., Попов А. Я. Разрушение горных пород взрывом. Алчевск: Донбасский государственный технический университет, 2005. 281 с.

[7] Спорыхин А. Н. Динамическое деформирование полупространства со сферической полостью // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2019. № 4(42). С. 21–24. DOI: 10.26293/chgpu.2019.42.4.002

[8] Михайлюк А. В. Горные породы при неравномерных динамических нагрузках. Киев: Наук. думка, 1980. 154 с.

[9] Спорыхин А. Н. Об одной модели упруговязкопластических смесей // Механика деформируемого твердого тела : сборник трудов 9 Всероссийской конференции в рамках Международной научно-технической конференции "Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики Воронеж, 12-15 сентября 2016 г. : электронный ресурс, Воронеж, 2016. С. 199–201.

[10] Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющегося пластического тела. М. : Наука, 1971. 231 с.

[11] Ивлев Д. Д. К теории сложных сред. Докл. АН СССР. 1963. Том 148. С. 64–67.

[12] Спорыхин А. Н. Моделирование процессов деформирования и потери устойчивости упруговязкопластических смесей // Изв. РАН. МТТ. 2020. № 6. С. 141–148.

REFERENCES

[1] Sporykhin A. N., Shashkin A. I. Stability of equilibrium of spatial bodies and problems of rock mechanics. M.: Fizmatlit, 2004. 232 p. (in Russian).

[2] Sporykhin A. N. Non-conservative problems of the three-dimensional theory of inelastic stability in geomechanics. Voronezh: VSU Publishing House, 2015. 372 p. (in Russian).

[3] Sporykhin A. N. Perturbation method in problems of stability of complex media. Voronezh: VSU, 1997. 360 p. (in Russian).

[4] Borovikov V. A., Slastenko V. K., Kadol I. A. Estimation of the radius of the camouflage cavity during the explosion of a spherical charge of PETN in rocks // Engineering and Construction Journal. 2008. No. 1. P. 44–50. (in Russian).

[5] Yurevich G. G., Trofimov V. D. Mining geomechanics of deep explosions. M.: Nedra, 1980. 156 p. (in Russian).

[6] Antoshchenko N. I., Popov A. Ya. Destruction of rocks by explosion. Alchevsk: Donbass State Technical University, 2005. 281 p. (in Russian).

[7] Sporykhin A. N. Dynamic deformation of a half-space with a spherical cavity // Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University named after. AND I. Yakovleva. Series: Limit state mechanics. 2019. No. 4(42). S. 21–24. DOI:10.26293/chgpu.2019.42.4.002. (in Russian).

[8] Mikhailyuk A. V. Rocks under uneven dynamic loads. Kyiv: Nauk. Dumka, 1980. 154 p. (in Russian).

[9] Sporykhin A. N. On one model of elastoviscoplastic mixtures // Mechanics of a deformable solid: collection of proceedings of the 9th All-Russian conference within the framework of the International scientific and technical conference "Current problems of applied mathematics, computer science and mechanics Voronezh, September 12-15, 2016: electronic resource, Voronezh, 2016. P. 199–201. (in Russian).

[10] Ivlev D. D., Bykovtsev G. I. Theory of a hardening plastic body. M.: Nauka, 1971. 231 p. (in Russian).
[11] Ivlev D. D. Towards the theory of complex media. Dokl. Academy of Sciences of the USSR. 1963. Volume 148. P. 64–67. (in Russian).
[12] Sporykhin A. N. Modeling of processes of deformation and loss of stability of elastoviscoplastic mixtures // Izv. RAS. MTT. 2020. No. 6. P. 141–148. (in Russian).