

О. В. Дудко^{1,2}, А. А. Лаптева^{1,2}

ЦИКЛИЧЕСКОЕ ОДНООСНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ РАЗНОМОДУЛЬНОГО УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

¹Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия

²Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Россия

Аннотация. Исследуется динамика одномерных упругих деформаций в разномодульном изотропно-упругом полупространстве под действием циклического одноосного растяжения-сжатия на его границе. Обобщенное решение нестационарной начально-краевой задачи строится в форме рекуррентной последовательности локальных решений и учитывает столкновения и отражения волновых фронтов. Показано, что в приграничной области деформации на каждом такте цикла изменяются по сценарию «слой растяжения – слой сжатия – жесткий слой», а на удалении от границы динамически перераспределяются за счет многократных взаимодействий волн. Пакет из чередующихся сжатых и жестких слоев убегает вперед со скоростью быстрой характеристики, при этом суммарная зона растяжения остается позади. Такое перераспределение деформаций при циклическом растяжении-сжатии разномодульного полупространства происходит как при существенной, так и при малой разнице между скоростями быстрой и медленной характеристик.

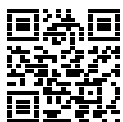
Ключевые слова: разномодульная упругость, одномерные деформации, циклическое нагружение, столкновение волн, перераспределение деформаций сжатия и растяжения.

Дудко Ольга Владимировна, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории нелинейной динамики деформирования ИАПУ ДВО РАН, доцент департамента программной инженерии и искусственного интеллекта ДВФУ;

e-mail: dudko.ov@dvfu.ru; <https://orcid.org/0000-0001-7493-6360>; AuthorID: 6525

Лаптева Анастасия Александровна, кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник лаборатории нелинейной динамики деформирования ИАПУ ДВО РАН, доцент департамента программной инженерии и искусственного интеллекта ДВФУ;

e-mail: lanastal@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-1703-0471>; AuthorID: 119796



для цитирования: Дудко О. В., Лаптева А. А. Циклическое одноосное растяжение-сжатие разномодульного упругого полупространства // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2025. № 2(64). С. 105–117. DOI: 10.37972/chgpu.2025.64.2.002. EDN: XENARA

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0).

© Дудко О. В., Лаптева А. А. 2025

Поступила: 10.03.25; принята в печать: 14.04.25; опубликована: 19.12.25.

O. V. Dudko^{1,2}, A. A. Lapteva^{1,2}

CYCLIC UNIAXIAL TENSION-COMPRESSION OF A BIMODULAR ELASTIC HALF-SPACE

¹*Institute of Automation and Control Processes of the FEB RAS, Vladivostok, Russia*

²*Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia*

Abstract. The dynamics of one-dimensional elastic deformations in a bimodulus isotropic-elastic half-space under cyclic uniaxial tension-compression at its boundary is investigated. The generalized solution to the nonstationary initial-boundary value problem is constructed in the form of a recursive sequence of local solutions, accounting for the collisions and reflections of wavefronts. It is shown that in the near-boundary region, deformations at each cycle step follow the scenario "tension layer – compression layer – rigid layer", while at a distance from the boundary, they dynamically redistribute due to multiple wave interactions. A packet of alternating compressed and rigid layers runs forward at the velocity of the fast characteristic, while the total tensile region lags behind. Such a redistribution of deformations under cyclic tension-compression of a bimodulus half-space occurs both when the difference between the fast and slow characteristic velocities is significant and when it is small.

Keywords: bimodular elasticity, one-dimensional deformation, cyclic loading, interaction of waves, redistribution of compression and tension deformations.

Olga V. Dudko, Candidate of Physical and Mathematical Sciences;

e-mail: dudko.ov@dvfu.ru; <https://orcid.org/0000-0001-7493-6360>; AuthorID: 6525

Anastasia A. Lapteva, Candidate of Physical and Mathematical Sciences;

e-mail: lanastal@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-1703-0471>; AuthorID: 119796



to cite this article: Dudko O. V., Lapteva A. A. Cyclic uniaxial tension-compression of a bimodular elastic half-space // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2025. No 2(64). p. 105–117. DOI: 10.37972/chgpu.2025.64.2.002

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение. Существуют материалы (горные породы и грунты [1, 2], бетоны [3], асфальтовые покрытия [4], композиты [5], пеноматериалы [6] и др.), которые на начальной стадии деформирования по-разному реагируют на растяжение и сжатие. Упругое поведение подобных материалов в предположении их сплошности, однородности и изотропии изучает разномодульная теория упругости. В настоящей работе рассматривается связный разномодульный материал с ненулевыми модулями упругости для сжатия и растяжения (в отличие от сыпучих сред [7] и гибких материалов [8], которые сопротивляются только одному типу нагружения – или сжатию, или растяжению). Для описания механического поведения такого материала выбран тензорнолинейный вариант модели Мясникова-Олейникова [8] с упругим потенциалом, где два слагаемых из четырех имеют неаналитическую форму. При одномерных малых деформациях уравнение движения среды [8] принимает квазилинейную форму с переменным коэффициентом, чувствительным к знаку деформации. Волны растяжения и сжатия, возникающие в решении такого уравнения, движутся с разными скоростями и могут сталкиваться, порождая специфические эффекты, невозможные в линейно-упругой среде. Так, в [9–11] показаны сложные волновые картины, возникающие в результате попутных и встречных столкновений волн деформаций в разномодульных телах при простых режимах одноосного граничного нагружения с одиночным импульсом растяжения-сжатия. Очевидно, что циклические нагрузки и вибрации еще больше усложняют динамику упругого деформирования разномодульных материалов. В представленной работе ставим цель подробно проследить (насколько это возможно) за формированием динамического поля деформаций с учетом столкновений и отражений волн в разномодульном упругом полупространстве, подверженном циклическому одноосному знакопеременному нагружению. Граничное условие будем задавать функцией перемещения в форме линейного сплайна, что позволит при решении нестационарной начально-краевой задачи воспользоваться рекуррентным подходом, опробованным ранее [9, 10] на более простых режимах нагружения.

1. Модельные соотношения. Система уравнений динамики адиабатического деформирования разномодульной изотропной упругой среды Мясникова-Олейникова [8] при малых деформациях и отсутствии массовых сил имеет вид

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \frac{\partial W}{\partial \mathbf{e}}, \quad \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \rho \dot{\mathbf{v}}, \quad \mathbf{e} = \frac{1}{2} (\nabla \otimes \mathbf{u} + (\nabla \otimes \mathbf{u})^T), \quad \mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}, \\ W &= \frac{\lambda}{2} E_1^2 + \mu E_2 - \nu E_1 \sqrt{E_2} + \alpha \frac{E_1^3}{\sqrt{E_2}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши; \mathbf{e} – тензор малых деформаций с инвариантами $E_1 = \text{tr}(\mathbf{e})$, $E_2 = \text{tr}(\mathbf{e}^2)$; \mathbf{u} – вектор перемещений; \mathbf{v} – вектор скорости; W – упругий потенциал с модулями упругости λ , μ в линейной части модели и коэффициентами ν , α , отвечающими за физическую нелинейность (разномодульность) среды [8]; все функции зависят от декартовых координат $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\}$

и времени t ; $\nabla = \{\partial/\partial x_1; \partial/\partial x_2; \partial/\partial x_3\}$, $\dot{\diamond} = \partial\diamond/\partial t$. Принятая малость деформаций уравнивает эйлеров и лагранжевы подходы к описанию движения сплошной среды и позволяет в (1) пренебречь изменением плотности ($\rho \approx \rho_0(1 - E_1) \approx \rho_0$ при $|E_1| \ll 1$).

В одномерном случае ($x_1 = x$, $\mathbf{u} = \{u(x, t), 0, 0\}$, $\partial\diamond/\partial x = \diamond_x$) система (1) принимает вид

$$\begin{aligned} \sigma(e) &= \omega(e) \cdot e, \quad (\omega(e) \cdot e)_x = \rho \ddot{u}, \quad e = u_x, \quad v = \dot{u}, \\ \omega(e) &= \lambda + 2\mu - 2(\nu - \alpha) \cdot e/|e|. \end{aligned} \quad (2)$$

С учетом $(e/|e|)_x = (u_x/|u_x|)_x = 0$ уравнение движения в (2) записывается как

$$(c(e))^2 u_{xx} = \ddot{u}, \quad (3)$$

где кусочно-постоянная характеристическая скорость зависит от типа деформации:

$$c(e) = \sqrt{\frac{\omega(e)}{\rho}} = \begin{cases} a = \sqrt{(\lambda + 2\mu + 2(\nu - \alpha)) \cdot \rho^{-1}}, & e < 0, \\ b = \sqrt{(\lambda + 2\mu - 2(\nu - \alpha)) \cdot \rho^{-1}}, & e > 0. \end{cases} \quad (4)$$

В (4) считаем, что $a > b > 0$ при $\nu > \alpha$, $\lambda + 2\mu > 2(\nu - \alpha)$. В этом случае уравнение (3) описывает одномерные продольные движения связной разномодульной упругой среды [8] с различными конечными скоростями распространения деформаций сжатия и растяжения. Уравнению (3) с характеристической скоростью (4) удовлетворяет решение Д'Аламбера

$$u(x, t) = f(x - c(e)t) + g(x + c(e)t), \quad (5)$$

где неизвестные функции от аргументов $x \pm c(e)t$ определяются с учетом краевых условий задачи. При этом скорость $c(e)$ также может являться неизвестной величиной.

2. Сильные разрывы в решении уравнения (3) и их столкновение.

При недифференцируемых краевых условиях (например, ступенчатой граничной нагрузке) решение уравнения движения (3) становится обобщенным [7]. В нем появляются разрывы – скачки производных непрерывной функции $u(x, t)$. На фронтах сильных разрывов (плоских продольных волнах деформаций со скачками первых производных перемещения) граничными условиями являются условие непрерывности перемещений и условия сохранения на разрыве [7, 12], следующие из интегральных законов сохранения. При малых одномерных деформациях эти соотношения принимают вид

$$u^+ = u^-, \quad \sigma(e^+) - \sigma(e^-) = \rho(\dot{x}(t))^2(e^+ - e^-), \quad (6)$$

где $\dot{x}(t)$ – скорость движения фронта сильного разрыва $x = x(t)$; индексы «+» и «-» указывают на значения функций в малых окрестностях впереди и позади $x(t)$ соответственно.

Из второго уравнения (6) с учетом (2), (4) следует существование трех типов сильных разрывов [7]: полусигнотон $x = \gamma(t)$ при $e^+ = 0$, $e^- \neq 0$ или $e^+ \neq 0$, $e^- = 0$; простой разрыв $x = \xi(t)$ при $e^+ > 0$, $e^- > 0$ или $e^+ < 0$, $e^- < 0$; ударная

волна $x = \Sigma(t)$ при $e^+ > 0$, $e^- < 0$. Отметим, что принятое в работе положение о связности разномодульной среды не дает появиться в решении уравнения (3) еще одному типу разрывов – отколу [7] (разрыву сплошности), возможному в несвязных сыпучих и гранулированных материалах. Полусигнотоны и простые разрывы входят в семейство характеристик уравнения (3) и могут быть быстрыми фронтами сжатия ($|\dot{\gamma}_a| = |\dot{\xi}_a| = a > b$) или медленными фронтами растяжения ($|\dot{\gamma}_b| = |\dot{\xi}_b| = b$). Скорость ударной волны ограничена скоростями медленной и быстрой характеристик: $|\dot{\Sigma}| = \sqrt{(b^2 e^+ - a^2 e^-)/(e^+ - e^-)} \in (b; a)$.

В [12] показано, что однозначность решения краевой задачи для гиперболического уравнения, подобного (3), можно обеспечить вводом условий эволюционности разрывов, которые на продольной волне $x(t)$ сводятся к системе неравенств

$$c(e^+) \leq |\dot{x}(t)| \leq c(e^-). \quad (7)$$

Согласно (7), ударная волна и простые разрывы эволюционны при всех соответствующих их типам значениях e^+ , e^- . Полусигнотоны удовлетворяют условию (7) при $e^+ = 0$, $e^- \neq 0$, т.е. когда они движутся в недеформированную область среды.

Из условия неубывания энтропии [12] следует, что в разномодульной среде, где скорость характеристик при сжатии выше, чем при растяжении ($a > b$), может существовать только ударная волна сжатия. В [13] для трехконстантного варианта модели [8] показано, что переход разномодульной среды от предварительного сжатия ($c(e^+)|_{e^+ < 0} = a$) к растяжению ($c(e^-)|_{e^- > 0} = b$) происходит с образованием жесткого слоя, ограниченного быстрой и медленной характеристиками. В [11] для отличной от [8] модели разномодульной среды доказано, что движение подобного жесткого слоя с границами-полусигнотонами – бездиссипативный процесс.

Для решения уравнения (3) с учетом столкновений волн необходимы дополнительные условия, связывающие волновые картины до и после взаимодействия. Положим, что в некоторый момент времени в решении уравнения (3) существуют два фронта сильных разрывов с известными координатами

$$\begin{aligned} x_L(t) &= X_L + \dot{x}_L(t - \tau_L), & x_R(t) &= X_R + \dot{x}_R(t - \tau_R), \\ 0 \leq x_L(\tau_L) &< x_R(\tau_R), & X_L &\neq X_R, & t - \tau_L &\geq 0, & t - \tau_R &\geq 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Если между фронтами $x_L(t)$, $x_R(t)$ нет других волн и $\dot{x}_L \neq \dot{x}_R$, то возможны два варианта их столкновения: встречное при $\dot{x}_L > 0$ и $\dot{x}_R < 0$; попутное при $0 < \dot{x}_R < \dot{x}_L$ или $\dot{x}_L < \dot{x}_R < 0$. Согласно указанным ограничениям на скорости \dot{x}_L и \dot{x}_R , встречно могут столкнуться любые фронты сильных разрывов (независимо от их типов) с подходящими направлениями движения. В паре фронтов-участников попутного столкновения убегающей волной может быть фронт растяжения со скоростью b , а догоняющей – фронт сжатия со скоростью $a > b$. Ударная волна может выступать в обоих качествах.

Любое столкновение фронтов $x_L(t)$, $x_R(t)$ порождает как минимум две расходящихся волны – прямую $x_r(t)$ и отраженную $x_l(t)$:

$$\begin{aligned} x_r(t) &= X + \dot{x}_r(t - \tau), & x_l(t) &= X + \dot{x}_l(t - \tau), \\ 0 &\leq x_l(t) \leq x_r(t), & \dot{x}_r &> 0, \quad \dot{x}_l < 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Время возникновения τ и начальная координата X для волн $x_l(t)$, $x_r(t)$ вычисляются из системы уравнений

$$X = X_L + \dot{x}_L(\tau - \tau_L) = X_R + \dot{x}_R(\tau - \tau_R), \quad (10)$$

следующей из (8), (9) при $t = \tau$. Эта система также пригодна, когда после столкновения $x_L(t)$ и $x_R(t)$ возникает три новых фронта (например, отраженная волна $x_l(t) = X + \dot{x}_l(t - \tau)$ и две границы жесткого слоя $x_r^a(t) = X + a(t - \tau)$, $x_r^b(t) = X + b(t - \tau)$, бегущие в прямом направлении). При $x_L(t)|_{\forall t \geq 0} = 0$ система (10) соответствует падению волны $x_R(t)$ на границу среды $x = 0$. Таким образом, уравнения (10) дополняют основные соотношения (6), (7) и позволяют учитывать эффекты столкновения и отражения фронтов сильных разрывов в решении нестационарной начально-краевой задачи.

3. Постановка задачи. Рассмотрим циклическое одноосное растяжение-сжатие разномодульного упругого полупространства $x \geq 0$. До начала нагружения считаем полупространство не деформированным. Начальные и граничные условия задачи смешанного типа для уравнения (3) задаем в перемещениях, считая координату границы $x = 0$ неизменной ввиду малости деформаций:

$$\begin{aligned} u(x, 0)|_{x \geq 0} &= \dot{u}(x, 0)|_{x \geq 0} = 0, \\ u(0, t) = u_0(t) &= \begin{cases} 0, & t < t_0 = 0, \\ k_j(t - t_{j-1}) + u_0(t_{j-1}), & t_{j-1} \leq t < t_j, \quad j \in \mathbb{N}. \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

Кусочно-линейная функция $u_0(t)$ в (11) соответствует знакопеременному циклическому нагружению, если существуют не менее двух пар соседних сегментов с угловыми коэффициентами разного знака: $\text{sgn}(k_j) = -\text{sgn}(k_{j-1})$. На рис. 1 показан график линейного сплайна, удовлетворяющего такому условию.

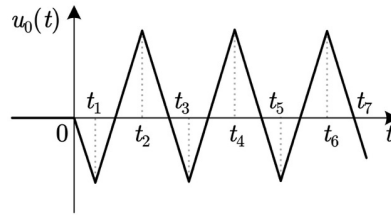


Рис. 1. Граничное перемещение

Скорость граничного перемещения изменяется скачком в узловых точках функции $u_0(t)$ (табл. 1) и на j -ом сегменте вычисляется как $\dot{u}_0(t)|_{t \in [t_{j-1}, t_j]} = k_j = (u_0(t_j) - u_0(t_{j-1})) / (t_j - t_{j-1})$.

j	0	1	2	3	4	5	6	7
$t_j * 10^3, \text{ с}$	0.0	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$u_0(t_j) * 10^3, \text{ м}$	0.0	-3.0	4.0	-3.0	4.0	-3.0	4.0	0.0

Таблица 1. Координаты узлов функции $u_0(t)$

4. Результаты решения задачи. Обобщенным решением уравнения (3) с краевыми условиями (11) является перемещение $u(x, t)$ – линейный сплайн с изломами на фронтах сильных разрывов и линейными локальными решениями $u_i(x, t)$ в форме (5) между ними ($i = 1, 2, \dots$). Рекуррентный алгоритм вычисления последовательности функций $u_i(x, t)$ с учетом взаимодействия волн детально изложен в [9]. Здесь кратко опишем лишь ключевые аспекты этого процесса, а затем обсудим результаты, полученные с его помощью.

Каждое локальное решение $u_i(x, t)$ возникает в свой момент времени $\tau_i \geq 0$ и существует в растущем интервале $\delta_i(t) = [x_l^{(i)}(t); x_r^{(i)}(t)]$ с координатами границ в форме (9). Вне области определения $u_i(x, t)|_{x \notin \delta_i(t), t < \tau_i} = 0$. В каждом локальном решении $u_i(x, t)$ неизвестны функции $f_i(x - c(e_i)t)$, $g_i(x + c(e_i)t)$, параметры $\dot{x}_l^{(i)}$, $\dot{x}_r^{(i)}$, X_i , τ_i границ интервала $\delta_i(t)$ и характеристическая скорость $c(e_i)$ внутри $\delta_i(t)$. Если одну из неизвестных величин задать, то остальные вычисляются из замкнутой системы уравнений, составленной из соотношений (6) на границах интервала $\delta_i(t)$ и уравнений (10) для учета эффектов взаимодействия волн. Известной величиной в локальном решении $u_i(x, t)$ логично считать характеристическую скорость $c(e_i)$, поскольку согласно (4) она может принимать только значения a или b . Конкретное значение $c(e_i)$ выбирается из предположения, что границы интервала $\delta_i(t)$ эволюционны. Это выражается условиями $c(e_i) \geq c(e_L)|_{x \rightarrow x_l^{(i)}(t)-0}$, $c(e_i) \geq c(e_R)|_{x \rightarrow x_r^{(i)}(t)+0}$, следующими из (7) при известных $c(e_L)$, $c(e_R)$ в соседних с $\delta_i(t)$ интервалах. Для проверки корректности построенного локального решения с выбранным значением $c(e_i)$ служит само условие (7). Согласно [13], неэволюционная волна-граница интервала $\delta_i(t)$ заменяется на движущийся жесткий слой. Порядок возникновения локальных решений определяется цепочкой неравенств $\tau_1 < \tau_2 < \dots$ ($\tau_1 = 0$), где каждый момент времени τ_i связан с одним из событий: изменение скорости граничного перемещения; встречное или попутное столкновение волн; падение волны на границу полупространства. В первом случае τ_i соответствует узлу граничного перемещения (11), а во втором и третьем – вычисляется из (10).

Далее рассмотрим решения задачи с заданным граничным перемещением (рис. 1), построенные для материалов с различными соотношениями a/b .

На рис. 2 показаны характеристическая плоскость $\{x-t\}$ и графики деформаций $e(\tilde{x}, t)$, полученные при $a/b \approx 1.1$ (песчаник [8]: $\lambda = 1.78$ ГПа, $\mu = 8.7$ ГПа, $\nu = 1.35$ ГПа, $\alpha = 0.48$ ГПа).

На плоскости $\{x-t\}$ отрезки с отрицательным наклоном соответствуют отраженным волнам, разнотипные волны и зоны деформаций обозначены разными

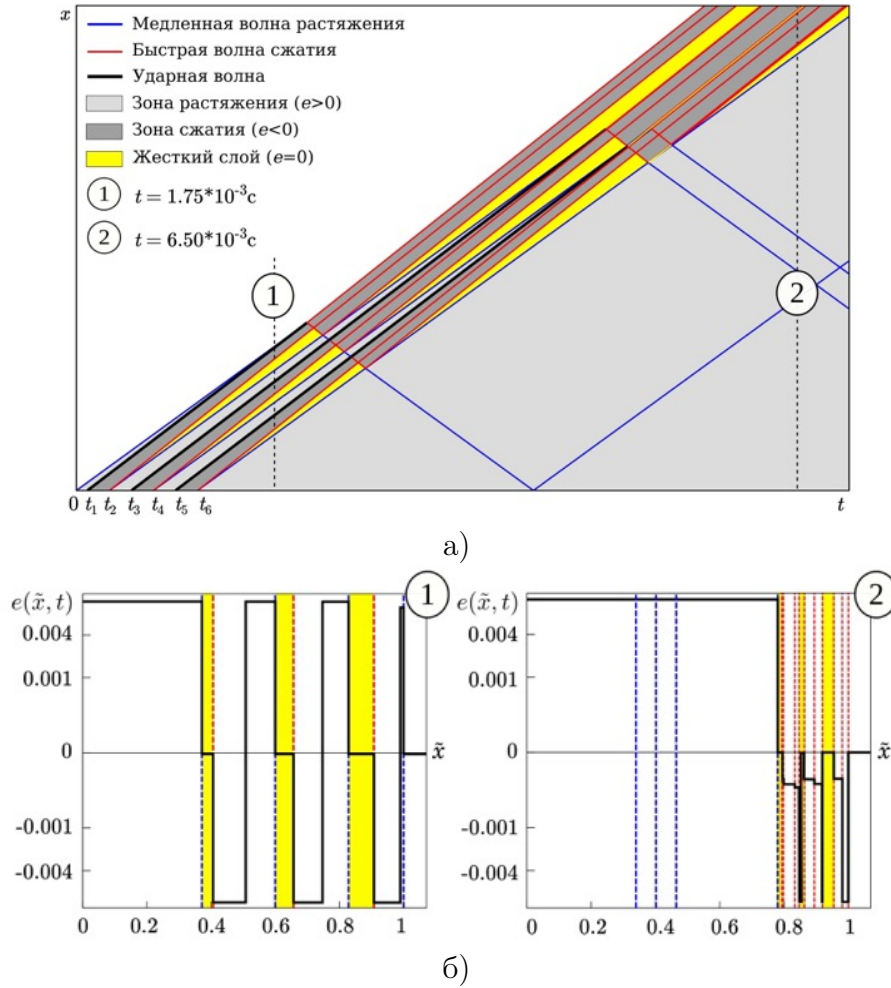


Рис. 2. Решение при $a/b \approx 1.1$: а) плоскость $\{x - t\}$; б) графики деформаций

цветами, область перед передним фронтом не закрашена. Графики деформаций $e(\tilde{x}, t)$ построены для моментов времени ①, ②, оси \tilde{x} нормированы по координате переднего фронта, оси e имеют степенной масштаб, координаты волн отмечены пунктирными линиями соответствующих цветов, фон используется только для жестких слоев.

При заданной форме функции $u_0(t)$ (рис. 1) первый такт цикла начинается с растяжения, порождающего при $t = 0$ передний фронт граничных возмущений – медленный полусигнотон. Ударные волны возникают на границе полупространства в моменты смены растяжения на сжатие при $t = t_1, t_3, t_5$, растущие жесткие слои – при $t = t_2, t_4, t_6$, когда граничное сжатие меняется на растяжение. Таким образом, деформации в малой окрестности границы $x = 0$ изменяются по сценарию «растяжение – сжатие – жесткий слой» (рис.2а), который

циклически повторяется с ростом t . График деформаций ① на рис.2б соответствует трем тактам такого сценария. В [14] подобная цикличность деформированного состояния показана в малой окрестности торца разномодульного стержня под действием внешней гармонической нагрузки.

Эволюция поля деформаций на удалении от нагружаемой границы происходит за счет взаимодействия волн. При этом формирование сложной волновой картины из прямых и отраженных фронтов различных типов начинается со столкновения попутных волн. В первом попутном столкновении в решении на рис. 2 участвуют передний фронт граничных возмущений (медленный полусигнотон) и догнавшая его ударная волна (первая в серии). Рис. 2а и график ② на рис. 2б показывают, что упругие деформации, возникающие на границе полупространства под действием циклического растяжения-сжатия, на удалении от границы динамически перераспределяются: чередующиеся сжатые и жесткие слои убегают вперед, оставляя области растяжения позади. Вычислительные эксперименты показали, что подобная структура поля деформаций формируется при заданном режиме нагружения разномодульной среды с любым соотношением $a/b > 1$.

На рис. 3 показано решение для случая $a/b \approx 1.54$. Значительная разница в скоростях быстрой и медленной характеристик позволяет четко различить чередование жестких и сжатых областей. Кроме того, на увеличенных фрагментах (рис. 3а, 3б) видна неоднозначность взаимодействия определенных типов волн. При встречном столкновении медленного и быстрого полусигно-

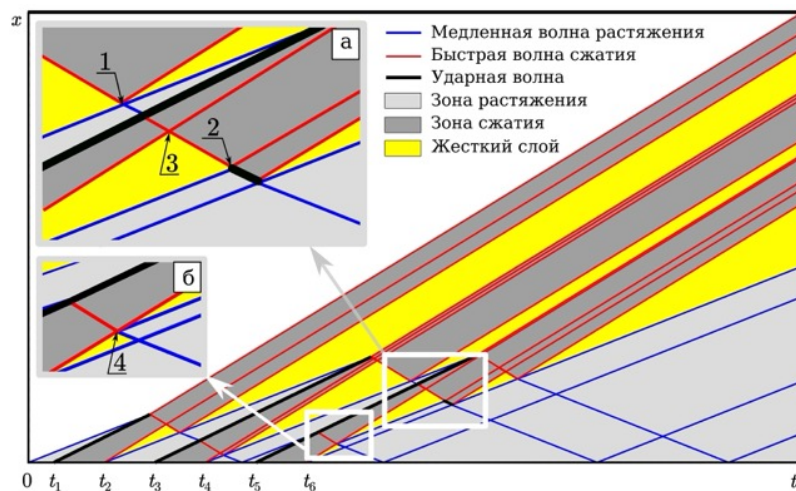


Рис. 3. Решение при $a/b \approx 1.54$

тов возможны два исхода: пакет из двух границ жесткого слоя и отраженной волны растяжения (рис. 3а(1)); быстрый простой разрыв и отраженная

ударная волна (рис. 3а(2)). Аналогично, столкновение быстрого полусигнотона с быстрым простым разрывом приводит либо к двум расходящимся волнам сжатия (рис. 3а(3)), либо к жесткому слою и отраженной волне растяжения (рис. 3б(4)). Подобные эффекты наблюдаются и при единичном импульсе растяжения-сжатия с последующим удержанием границы разномодульного полупространства [10]. Во всех неоднозначных случаях одним из фронтов-участников столкновения является быстрый полусигнотон – граница растущего или исчезающего жесткого слоя. В отличие от полусигнотонов, простые разрывы могут сталкиваться только встречно и только с себе подобными. Их взаимодействие всегда происходит по солитонному типу и дает однозначный результат.

Заключение. В работе исследована динамика упругих деформаций при циклическом одноосном растяжении-сжатии разномодульного полупространства. Показано, что за счет столкновений и отражений волн вдали от нагружаемой границы формируется подвижная зона чередующихся сжатых и жестких слоев без областей растяжения. Среди трех типов сильных разрывов, возможных в разномодульной среде, в качестве особого случая выделен быстрый полусигнотон – подвижная граница жесткого слоя. Установлено, что встречное столкновение такой волны как с фронтами других типов, так и с себе подобными может иметь неоднозначный результат независимо от сложности режима нагружения.

Представленные в работе результаты дополняют совокупность теоретических представлений о динамике деформирования разномодульной упругой среды. Они могут использоваться как модельная база в прикладных задачах расчета деформационного поведения реальных материалов (например, оснований сооружений, железнодорожных и автотранспортных путей сообщения и др.), подверженных циклическим и вибрационным нагрузкам.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. Авторы внесли равный вклад в проведение исследований и написание рукописи.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Исследования по теме статьи выполнены в рамках государственного задания ИАПУ ДВО РАН (тема № FFWW-2021-0005).

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. The authors made an equal contribution to the research and writing of the manuscript.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding. Research on the topic of the article was carried out within the state assignment of IACP FEB RAS (Theme FFWW-2021-0005).

ЛИТЕРАТУРА

1. Баклашов И. В., Картозия Б. А. Механика горных пород. – Москва : Недра, 1975. – 271 с.
2. Бугров А. К., Голубев А. И. Анизотропные грунты и основания сооружений. – Санкт-Петербург : Недра, 1993. – 245 с.
3. Hong H., Baranger T. N. Identification of Bimodular Material Parameters via a Semi-Closed Form Solution of the Brazilian Test // *Experimental Mechanics*. – 2024. – DOI: 10.1007/s11340-024-01058-w.
4. Mechanical analysis of asphalt pavement based on bimodulus elasticity theory / Q. Pan [et al.] // *Construction and Building Materials*. – 2021. – Vol. 301. – P. 124084. – DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2021.124084.
5. Комков К. Ф. О методике определения модуля объемной упругости и параметров, учитывающих разрыхление и изменение упругости композитов, основанной на тензорно-нелинейных уравнениях // *Известия РАН. Механика твердого тела*. – 2019. – № 1. – С. 50–62. – DOI: 10.1134/S0572329919010057. – EDN: YYYNZZ.
6. Леган М. А., Мирошниченко А. В. Моделирование деформирования разномодульных материалов со структурой в виде застывшей пены // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2022. – Т. 63, 6(376). – С. 191–196. – DOI: 10.15372/PMTF20220621. – EDN: IRTNXD.
7. Maslov V. P., Mosolov P. P. General theory of the solutions of the equations of motion of an elastic medium of different moduli // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. – 1985. – Vol. 49, no. 3. – P. 322–336. – DOI: 10.1016/0021-8928(85)90031-0. – EDN: MMINBF.
8. Мясников В. П., Олейников А. И. Основы механики гетерогенно-сопротивляющихся сред. – Владивосток : Дальнаука, 2007. – 172 с.
9. Dudko O. V., Lapteva A. A., Ragozina V. E. Evolution of the Wave Pattern for Piecewise Linear Uniaxial Tension and Compression of a Heteromodular Elastic Bar // *Journal of Applied and Industrial Mathematics*. – 2022. – Vol. 16, no. 4. – P. 645–658. – DOI: 10.1134/S1990478922040068. – EDN: WVTUII.
10. Dudko O. V., Lapteva A. A., Ragozina V. E. Interaction of plane strain waves in a heteromodular elastic half-space at the stage of forced stopping of its boundary after uniaxial tension-compression // *Journal of Applied and Industrial Mathematics*. – 2023. – Vol. 17, no. 4. – P. 710–723. – DOI: 10.1134/S1990478923040038. – EDN: FVQKIZ.
11. Kuznetsova M., Khudyakov M., Sadovskii V. Wave propagation in continuous bimodular media // *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. – 2021. – DOI: 10.1080/15376494.2021.1889725. – EDN: RCZEPP.
12. Куликовский А. Г., Свешникова Е. И. Нелинейные волны в упругих средах. – Москва : Московский лицей, 1998. – 412 с.
13. Дудко О. В., Лаптева А. А., Семенов К. Т. О распространении плоских одномерных волн и их взаимодействии с преградами в среде, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию // *Дальневосточный математический журнал*. – 2005. – Т. 6, № 1/2. – С. 94–105. – EDN: NAWEAZ.
14. Gavrilov S. N., Herman G. C. Wave propagation in a semi-infinite heteromodular elastic bar subjected to a harmonic loading // *Journal of Sound and Vibration*. –

2012. – Vol. 331, no. 20. – P. 4464–4480. – DOI: 10.1016/j.jsv.2012.05.022. – EDN: NQMPQ.

REFERENCES

1. *Baklashov I. V., Kartoziya B. A.* Mekhanika gornyx porod [Mechanics of Rocks]. – Moscow : Nedra, 1975. – 271 p. – (in Russian).
2. *Bugrov A. K., Golubev A. I.* Anizotropnye grunty i osnovaniya sooruzheniy [Anisotropic soils and foundations of structures]. – Saint Petersburg : Nedra, 1993. – 245 p. – (in Russian).
3. *Hong H., Baranger T. N.* Identification of Bimodular Material Parameters via a Semi-Closed Form Solution of the Brazilian Test // Experimental Mechanics. – 2024. – DOI: 10.1007/s11340-024-01058-w.
4. Mechanical analysis of asphalt pavement based on bimodulus elasticity theory / Q. Pan [et al.] // Construction and Building Materials. – 2021. – Vol. 301. – P. 124084. – DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2021.124084.
5. *Komkov K. F.* Development of the Method for Determining the Modulus of Bulk Elasticity and Parameters Taking Into Account the Loosening and Changing of the Elasticity of Composites by Using the Tensor-Nonlinear Equations // Mechanics of Solids. – 2019. – Vol. 54, no. 1. – P. 39–49. – DOI: 10.3103/S0025654419010035. – EDN: QOUMAQ.
6. *Legan M. A., Miroshnichenko A. V.* Modeling the deformation of multimodulus materials with a solidified foam structure // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2022. – Vol. 63, no. 6. – P. 1073–1077. – DOI: 10.1134/S0021894422060219. – EDN: WOGFTZ.
7. *Maslov V. P., Mosolov P. P.* General theory of the solutions of the equations of motion of an elastic medium of different moduli // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 1985. – Vol. 49, no. 3. – P. 322–336. – DOI: 10.1016/0021-8928(85)90031-0. – EDN: MMIHBF.
8. *Myasnikov V. P., Oleinikov A. I.* Osnovy mekhaniki geterogenno-soprotivlyayushchikhsya sred [Fundamentals of mechanics of heterogeneously resisting media]. – Vladivostok : Dal'nauka, 2007. – 172 p. – (in Russian).
9. *Dudko O. V., Lapteva A. A., Ragozina V. E.* Evolution of the Wave Pattern for Piecewise Linear Uniaxial Tension and Compression of a Heteromodular Elastic Bar // Journal of Applied and Industrial Mathematics. – 2022. – Vol. 16, no. 4. – P. 645–658. – DOI: 10.1134/S1990478922040068. – EDN: WVTUII.
10. *Dudko O. V., Lapteva A. A., Ragozina V. E.* Interaction of plane strain waves in a heteromodular elastic half-space at the stage of forced stopping of its boundary after uniaxial tension-compression // Journal of Applied and Industrial Mathematics. – 2023. – Vol. 17, no. 4. – P. 710–723. – DOI: 10.1134/S1990478923040038. – EDN: FVQKIZ.
11. *Kuznetsova M., Khudyakov M., Sadovskii V.* Wave propagation in continuous bimodular media // Mechanics of Advanced Materials and Structures. – 2021. – DOI: 10.1080/15376494.2021.1889725. – EDN: RCZEPP.
12. *Kulikovskii A. G., Sveshnikova E. I.* Nonlinear Waves in Elastic Media. – Boca Raton : CRC Press, 1995. – 256 p.

13. *Dudko O. V., Lapteva A. A., Semyonov K. T.* About Distribution of Flat One-Dimensional Waves and Their Interaction with Barrier in the Media Differently Reacting to a Stretching and Compression // Far Eastern Mathematical Journal. – 2005. – Vol. 6, no. 1/2. – P. 94–105. – EDN: **NAWEAZ**. – (in Russian).
14. *Gavrilov S. N., Herman G. C.* Wave propagation in a semi-infinite heteromodular elastic bar subjected to a harmonic loading // Journal of Sound and Vibration. – 2012. – Vol. 331, no. 20. – P. 4464–4480. – DOI: 10.1016/j.jsv.2012.05.022. – EDN: **NQMPQQ**.