Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния.

DOI: 10.37972/chgpu.2025.64.2.006 *EDN: OPGRZF*
Научная статья *УДК: 519;539.3*

Л. Г. Карыев[1], *В. А. Федоров*[1], *А. В. Лановая*[2]

К ВОПРОСУ О СХОДИМОСТИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ

[1] *Тамбовский государственный университет имени Г. Р. Державина, Тамбов, Россия*

[2] *Московский государственный университет технологий и управления имени К. Г. Разумовского, Москва, Россия*

Аннотация. Предложен метод определения сумм тригонометрических рядов, основанный на сопоставлении механического состояния нагруженного стержня и функции $u(x,t)$ – перемещения поперечных плоскостей последнего, аргументами которой являются время t и координата x стержня. Функция $u(x,t)$ является, в свою очередь, решением дифференциального уравнения (метод Фурье), описывающего механическое состояние тела в условиях воздействия на него внешних сил. Найдены суммы семи тригонометрических рядов, которые могут найти свое применение при решении задач физико-математических и технических дисциплин. Полученные результаты в расширенном справочнике не наблюдаются.

Ключевые слова: метод, тригонометрический ряд, стержень, сила, деформация, функция, сопоставление, дифференциальное уравнение, сумма ряда.

Карыев Леонид Геннадьевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры профильной довузовской подготовки; `e-mail:` karyev@list.ru; AuthorID: 12849

Федоров Виктор Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теоретической и экспериментальной физики; `e-mail:` fedorov-tsu.tmb@inbox.ru; AuthorID: 12852

Лановая Анна Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики; `e-mail:` ivm-tstu@mail.ru; AuthorID: 749548

для цитирования: *Карыев Л. Г., Федоров В. А., Лановая А. В.* К вопросу о сходимости тригонометрических рядов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2025. № 2(64). С. 118–127. DOI: 10.37972/chgpu.2025.64.2.006. EDN: OPGRZF

Поступила: 01.04.25; *принята в печать: 24.06.25;* *опубликована: 19.12.25.*

Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost.

DOI: 10.37972/chgpu.2025.64.2.006 *EDN: OPGRZF*
Research Article

L. G. Karyev[1], *V. A. Fedorov*[1], *A. V. Lanovaya*[2]

ON THE QUESTION OF CONVERGENCE OF TRIGONOMETRIC SERIES

[1] *Tambov State University named after G. R. Derzhavin, Tambov, Russia*

[2] *Moscow State University of Technology and Management named after K. G. Razumovsky, Moscow, Russia*

Abstract. A method is proposed for determining the sums of trigonometric series based on a comparison of the mechanical state of a loaded rod and the function $u(x, t)$ – the displacement of the transverse planes of the latter, the arguments of which are time t and the x coordinate of the rod. The function $u(x, t)$ is, in turn, a solution to a differential equation that describes the mechanical state of a body under the influence of external forces. The results obtained are not observed in the extended reference book.
Keywords: method, trigonometric series, rod, force, deformation, function, comparison, differential equation, sum of series.

Leonid G. Karyev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor; `e-mail:` karyev@list.ru; AuthorID: 12849

Victor A. Feodorov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor; `e-mail:` fedorov-tsu.tmb@inbox.ru; AuthorID: 12852

Anna V. Lanovaya, Candidate of Physico-mathematical Sciences, Associate Professor; `e-mail:` ivm-tstu@mail.ru; AuthorID: 749548

to cite this article: *Karyev L. G., Fedorov V. A., Lanovaya A. V.* On the question of convergence of trigonometric series // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2025. No 2(64). p. 118–127. DOI: 10.37972/chgpu.2025.64.2.006

Received: 01.04.25; *accepted: 24.06.25;* *published: 19.12.25.*

Введение. Вопросы сходимости функциональных рядов к соответствующим функциям и, обратная задача, – разложение функций в ряд, актуальны, т.к. являются основой одной из важнейших областей математики методов решения задач в области математических и физических дисциплин - теории решения дифференциальных уравнений [1—3].

С другой стороны, даже будучи уверенным в том, что исследуемый функциональный ряд является сходящимся, аналитически определить функцию к которой он сходится далеко не всегда является простой задачей. Однако, отметим следующее. Решая задачи механики и техники методами математической физики, можно аналитически определить состояние, например, нагруженного тела в любой момент времени и в любой его точке, т.е. решение задачи проходит в векторе "математика $\to$ физика". Но если в этой ситуации изменить направление вектора исследования, т.е. зная состояние системы в определенной области нагруженного тела и в известные интервалы времени, и зная функцию, которая описывает это состояние решить полученное уравнение относительно тригонометрического ряда, (если дифференциальное уравнение, описывающее состояние механической системы, решается методом Фурье), то найдем функцию (или число) к которой сходится тригонометрический ряд, т.е. меняем вектор исследования на противоположный [4].

Цель работы - показать метод определения сумм тригонометрических рядов, способом сопоставления физического анализа состояния нагруженного тела и функции, описывающей это состояние, т.е. проводя исследования в направлении "физика$\to$математика".

1. Результаты и обсуждение. Приведем несколько примеров, на которых будет показана сущность этого метода.

1. Рассмотрим покоящийся стержень постоянного поперечного сечения цилиндрической формы, концы которого не закреплены. Материал стержня однородный и подчиняется закону Гука. Направим ось x по оси стержня. Пусть на правый торец стержня внезапно начинает действовать постоянная сила F равномерно распределенная по поверхности торца стержня и направленная вдоль оси x (рис. 1).

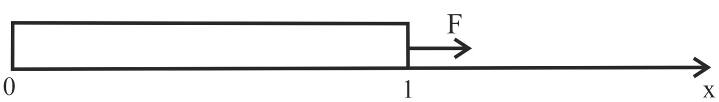

Рис. 1. Упругий стержень, движущийся в условиях внезапно приложенной силы, направленной вдоль его оси

Функция продольных перемещений поперечных плоскостей стержня, $u(x,t)$ в этих условиях удовлетворяет дифференциальному уравнению [4—8]:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + \frac{F\delta(x-l)}{\rho S},$$

при этом начальные условия:

$$u(x,0) = \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0,$$

граничные условия:

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0.$$

Здесь, ρ – плотность вещества стержня, S – площадь поперечного сечения, l – длина недеформированного стержня, c – скорость звука в стержне, $t \geq 0$ – текущее от начала воздействия силы время, x – координата точки на оси стержня, $\delta(x-l)$ – дельта-функция.

Искомая функция $u\,(x,t)$ выражается тригонометрическим рядом [4—8]:

$$u\,(x,t) = \frac{Ft^2}{2\rho sl} + \frac{2Fl}{\rho sc^2\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m^2}\cos\left(\frac{m\pi x}{l}\right)\left(1-\cos\frac{mc\pi t}{l}\right) \quad . \tag{1}$$

Рассматривая ряд (1) (с учетом элементарных тригонометрических преобразований) замечаем, что, исходя из физических соображений должно выполнятся равенство $u(x,t) = 0$, на интервалах

$$0 \leq t \leq \frac{l-x}{c} \quad \text{и} \quad 0 \leq x \leq l, \tag{2}$$

т.е., те поперечные плоскости стержня до которых не дошла механическая волна и та плоскость с координатой x до которой волна дошла на данный момент времени t от начала воздействия на стержень приложенной к его торцу силы не перемещаются, следовательно

$$\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m^2}\sin^2\frac{mc\pi t}{2l}\cos\frac{m\pi x}{l} = -\frac{(c\pi t)^2}{8l^2}.$$

Пусть

$$\frac{c\pi t}{2l} = \alpha, \quad \frac{\pi x}{l} = \beta, \quad \text{тогда} \quad \frac{(c\pi t)^2}{8l^2} = \frac{\alpha^2}{2}.$$

С учетом (2) получаем

$$\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m^2}\sin^2 m\alpha\cos m\beta = -\,\frac{\alpha^2}{2} \tag{3}$$

при выполнении условий

$$0 \leq \beta \leq \pi, 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi-\beta}{2}. \tag{4}$$

Равенство (3) есть сумма ряда в указанных интервалах (4).

Очевидно, этот же участок стержня до которого не дошел волновой процесс от начала воздействия силы на торец стержня, на данный момент времени t не деформирован (однако, в данном случае, та плоскость до которой дошел волновой процесс будет деформированной, т.е. эта плоскость к данному участку не относится) т.е. должно выполняться равенство

$$\varepsilon(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \frac{4F}{\rho S\pi c^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{m+1}}{m}\sin^2\frac{mc\pi t}{2l}\sin\frac{m\pi x}{l} = 0$$

в интервалах

$$0 \le t < \frac{l-x}{c} \quad \text{и} \quad 0 \le x \le l,$$

где $\varepsilon(x,t)$ – относительная деформация стержня. Тогда получаем

$$\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{m+1}}{m}\sin^2\frac{mc\pi t}{2l}\sin\frac{m\pi x}{l} = 0,$$

или, с учетом введенных переменных α и β и сказанного выше

$$\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{m+1}}{m}\sin^2 m\alpha\sin m\beta = 0 \tag{5}$$

в интервалах

$$0 \le \alpha < \frac{\pi-\beta}{2} \quad \text{и} \quad 0 \le \beta \le \pi. \tag{6}$$

Таким образом, ряд (5) сходится к нолю в интервалах (6).

Рассматривая эту же физическую задачу замечаем, что скорость движения плоскостей стержня в интервалах (2) будет равна нолю, т.е.

$$V(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{Ft}{\rho Sl} + \frac{2F}{\rho Sc\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m}\sin\frac{mc\pi t}{l}\cos\frac{m\pi x}{l} = 0.$$

Следовательно, на интервалах (2) получаем

$$\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m}\sin\frac{mc\pi t}{l}\cos\frac{m\pi x}{l} = -\frac{c\pi t}{2l}.$$

Введя переменные

$$\gamma = \frac{c\pi t}{l} \quad \text{и} \quad \sigma = \frac{\pi x}{l}, \quad (\text{тогда} \quad \frac{\gamma}{2} = \frac{c\pi t}{2l})$$

окончательно получаем с учетом условий (2)

$$\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m}\sin m\gamma\cos m\sigma = -\frac{\gamma}{2}, \tag{7}$$

в интервалах

$$0 \le \sigma \le \pi \quad \text{и} \quad 0 \le \gamma \le \pi - \sigma. \tag{8}$$

В связи с этой же задачей, можно показать, что абсолютная деформация стержня $\Delta l(t)$ в интервале времени

$$0 \le t \le \frac{l}{c}$$

равна [9]

$$\Delta l(t) = \frac{Ft}{\rho sc},$$

тогда, исходя из физического смысла задачи, в этом интервале должно выполняться равенство

$$u\,(l,t) = \quad \Delta l(t),$$

или

$$\frac{Ft^2}{2\rho sl} + \frac{4Fl}{\rho sc^2\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m^2}\sin^2\frac{mc\pi t}{2l}\cos m\pi = \frac{Ft}{\rho sc}.$$

Т.к. $\cos m\pi = \mp 1$ при $m = 1, 2, 3, ...$, то

$$\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^2}\sin^2\frac{mc\pi t}{2l} = -\frac{(c\pi t)^2}{8l^2} + \frac{\pi^2 ct}{4l}.$$

Пусть, как и выше,

$$\frac{c\pi t}{2l} = \alpha, \quad \text{тогда} \quad \frac{(c\pi t)^2}{8l^2} = \frac{\alpha^2}{2}, \quad \frac{c\pi^2 t}{4l} = \frac{\pi\alpha}{2}$$

и этот ряд можно записать

$$\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^2}\sin^2 m\alpha = \frac{\alpha(\pi-\alpha)}{2} \tag{9}$$

в интервале

$$0 \le \alpha \le \frac{\pi}{2}.$$

2. Рассмотрим второй пример. Аналогично рис. 1, но на левый торец стержня ($x = 0$) внезапно действует продольная сила $F = Pt$, равномерно распределенная по торцу стержня, где P постоянный коэффициент. Найти закон смещения поперечных плоскостей стержня.

Решением этой задачи является функция [4—7]

$$u(x,t) = \frac{Pt^3}{6\rho Sl} + \frac{2Pl}{\rho Sc^2\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^2}\cos\frac{m\pi x}{l}\left(t - \frac{l}{m\pi c}\sin\frac{mc\pi t}{l}\right).$$

В этом случае, как и выше, те плоскости с координатой x до которых к моменту времени t не дошла волна от начала действия силы на левый торец стержня (включая ту плоскость до которой волна дошла) не перемещаются, следовательно

$$u(x,t) = 0$$

в интервалах

$$0 \le t \le \frac{x}{c} \quad \text{и} \quad 0 \le x \le l, \tag{10}$$

т.е. должно выполняться равенство

$$\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^2}\cos\frac{m\pi x}{l}\left(t - \frac{l}{m\pi c}\sin\frac{mc\pi t}{l}\right) = -\frac{c^2\pi^2 t^3}{12l^2}. \tag{11}$$

Обозначим
$$y = \frac{\pi x}{l}, \quad z = \frac{c\pi t}{l},$$
тогда
$$\frac{c^2\pi^2 t^3}{12 l^2} = \frac{t z^2}{12}$$
и равенство (11) преобразуется в равенство
$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos my \left(t - \frac{t}{mz} \sin mz \right) = -\frac{t z^2}{12},$$
вынося t за скобку и проведя сокращение окончательно получаем сумму ряда
$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos my \left(1 - \frac{1}{mz} \sin mz \right) = -\frac{z^2}{12} \tag{12}$$
в интервалах $0 \le y \le \pi$, $0 \le z \le y$.

В свою очередь, и деформация стержня $\varepsilon(x,t)$ в интервалах $0 \le t < \frac{x}{c}$ и $0 \le x \le l$ равна нолю, следовательно
$$\varepsilon(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \frac{2P}{\rho S \pi c^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi x}{l} \left(\frac{l}{m\pi c} \sin \frac{mc\pi t}{l} - t \right) = 0.$$

Пусть, как и выше,
$$y = \frac{\pi x}{l}, \quad z = \frac{c\pi t}{l},$$
тогда окончательно получаем сумму ряда
$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin my \left(\frac{1}{mz} \sin mz - 1 \right) = 0 \tag{13}$$
в интервалах $0 \le y \le \pi$, $0 \le z < y$.

Также, и скорость плоскостей стержня с координатой x до которых не дошла волна к моменту времени t от начала воздействия силы на левый торец стержня равна нолю, т. е. на интервалах (10) справедливо равенство
$$v(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{3pt^2}{6\rho S l} + \frac{2pl}{\rho S c^2 \pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos \frac{m\pi x}{l} \left(1 - \cos \frac{mc\pi t}{l} \right) = 0,$$
тогда
$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos \frac{m\pi x}{l} \left(1 - \cos \frac{mc\pi t}{l} \right) = -\left(\frac{c\pi t}{2l} \right)^2.$$

С учетом введенных выше переменных y и z получаем
$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos my \, (1 - \cos mz) = -\frac{z^2}{4} \tag{14}$$
в интервалах $0 \le y \le \pi$, $0 \le z \le y$.

Таким образом, найдены функции, к которым сходятся ряды (3), (5), (7), (9), (12), (13), (14) в соответствующих интервалах

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m^2} \sin^2 m\alpha \cos m\beta = -\frac{\alpha^2}{2}, \quad 0 \le \beta \le \pi, \quad 0 \le \alpha \le \frac{\pi - \beta}{2};$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1}}{m} \sin^2 m\alpha \sin m\beta = 0, \quad 0 \le \alpha < \frac{\pi - \beta}{2} \quad \text{и} \quad 0 \le \beta \le \pi;$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m} \sin m\gamma \cos m\sigma = -\frac{\gamma}{2}, \quad 0 \le \sigma \le \pi \quad \text{и} \quad 0 \le \gamma \le \pi - \sigma;$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin^2 m\alpha = \frac{\alpha(\pi - \alpha)}{2}, \quad 0 \le \alpha \le \frac{\pi}{2};$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos my \left(1 - \frac{1}{mz} \sin mz\right) = -\frac{z^2}{12}, \quad 0 \quad \le y \le \pi, \quad 0 \le z \le y;$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin my \left(\frac{1}{mz} \sin mz - 1\right) = 0, \quad 0 \quad \le y \le \pi, \quad 0 \le z < y;$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos my \,(1 - \cos mz) = -\frac{z^2}{4}, \quad 0 \quad \le y \le \pi, \quad 0 \le z \le y.$$

Анализируя каждый ряд в отдельности можно расширить область сходимости рядов. Поэтому на данном этапе правильнее было бы сказать , что данные ряды сходятся, хотя бы, в отмеченных интервалах. Заметим, что доказывать правильность найденных сумм рядов в соответствующих интервалах нет необходимости, т.к. 1) метод Фурье решения дифференциальных уравнений известен и доказан [3, 4, 8] 2) физический анализ состояния механической системы, проведенный в каждой задаче, в соответствующих интервалах координат и времени достаточно тривиален и не требует дополнительных комментариев. Очевидно, предложенный способ нахождения сумм тригонометрических рядов, можно использовать и в других задачах математической физики. Ряды (5) и (12) сходящиеся к нолю, по своему, интересны и могут найти свое применение в математике.

Найденные суммы рядов (3), (5), (7), (9), (12), (13), (14) в расширенном справочнике [10], не обнаружены, т.е. найденные суммы являются новыми результатами.

2. Заключение. Предложен метод нахождения сумм тригонометрических рядов посредством сопоставления физического анализа состояния нагруженного тела и функции $u(x,t)$, описывающей это состояние. Суть метода заключается 1) в решении уравнения одна часть которого есть функция, описывающая состояние механической системы – $u(x,t)$, $\varepsilon(x,t)$ или $v(x,t)$ (в ней содержится тригонометрический ряд), а другая часть – есть конкретное число или, некоторая, другая функция, обусловленные состоянием механической системы на соответствующих интервалах координат и времени, 2) введением новых переменных и определением координатных и временных интервалов им соответствующих.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.
Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.
Источник финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. The authors' contributions are equal.
Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.
Funding. This study was not supported by any external sources of funding.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фихтенгольц Г.* Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 3 : Учебное пособие. – Москва : Наука, 1970. – 656 с.
2. *Зельдович Я.*, *Мышкис А.* Элементы прикладной математики : Учебное пособие. – Санкт-Петербург : Лань, 2002. – 592 с.
3. *Натансон И.* Краткий курс высшей математики : Учебное пособие. – Санкт-Петербург : Лань, 2001. – 736 с.
4. *Тимошенко С.*, *Янг Д.*, *Уивер У.* Колебания в инженерном деле. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 1985. – 474 с.
5. *Светлицкий В.* Задачи и примеры по теории колебаний : Учебное пособие. Ч. 2. – Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998. – 264 с.
6. *Анофрикова Н.* Колебания упругих стержней : Часть 1: Учебное пособие для студентов механико-математического факультета СГУ. – Саратов, 2014. – 45 с.
7. *Тимошенко С.*, *Гудьер Д.* Теория упругости. – Москва : Наука, 1975. – 576 с.
8. *Кошляков Н.*, *Глинер Э.*, *Смирнов М.* Уравнения в частных производных математической физики : Учебное пособие. – Москва : Высшая школа, 1970. – 720 с.
9. *Карыев Л.*, *Федоров В.* Деформация упругого стержня в условиях приложенной к нему продольной силы // Вестник ТГТУ. Машиностроение. Металлообработка. – 2024. – Т. 30, № 2. – С. 339–345.
10. *Прудников А.*, *Брычков Ю.*, *Маричев О.* Интегралы и ряды. – Москва : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 797 с.

REFERENCES

1. *Fichtenholts G.* Course of differential and integral calculus, volume 3 : Textbook. – Moscow : Science, 1970. – 656 p.
2. *Zeldovich Y.*, *Myshkis A.* Elements of applied mathematics : Textbook. – St. Petersburg : Lan Publishing House, 2002. – 592 p.

3. *Natanson I.* A short course in higher mathematics : The textbook. – St. Petersburg : Lan, 2001. – 736 p.
4. *Timoshenko S.*, *Yang D.*, *Weaver W.* Fluctuations in engineering. – Moscow : FIZMATLIT Publishing House, 1985. – 474 p.
5. *Svetlitsky V.* Problems and examples in the theory of oscillations : Textbook. Part 2. – Moscow : Publishing House of Bauman Moscow State Technical University, 1998. – 264 p.
6. *Anofrikova N.* Vibrations of elastic rods : Part 1: Textbook for students of the Faculty of Mechanics and Mathematics of SSU. – Saratov, 2014. – 45 p.
7. *Timoshenko S.*, *Goodyear J.* Theory of elasticity. – Moscow : Science, 1975. – 576 p.
8. *Koshlyakov N.*, *Gleaner E.*, *Smirnov M.* Partial differential equations of mathematical physics : Textbook. – Moscow : Higher school, 1970. – 720 p.
9. *Karyev L.*, *Fedorov V.* Deformation of an elastic rod under conditions of longitudinal force applied to it // Bulletin of TSTU. Mechanical engineering. Metalworking. – 2024. – Vol. 30, no. 2. – P. 339–345.
10. *Prudnikov A.*, *Brychkov Y.*, *Marichev O.* Integrals and series. – Moscow : Nauka. The main editorial office of the physico-mathematical literature, 1981. – 797 p.