

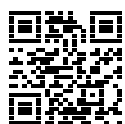
К. С. Стрелков¹

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНТАКТНЫХ ДАВЛЕНИЙ В УПЛОТНИТЕЛЬНОМ УЗЛЕ ПРЕМИАЛЬНЫХ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

¹Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
Аннотация. В статье разработан аналитический подход к определению закона распределения контактных давлений в зоне радиального уплотнения премиальных резьбовых соединений, основанный на положениях теории контактных задач упругости и общей теории тонкостенных цилиндрических оболочек вращения. Актуальность исследования связана с необходимостью обеспечения требуемого уровня герметичности и эксплуатационной надежности соединений класса «Премиум», применяемых при строительстве нефтегазовых скважин. Построение аналитической модели осуществляется на основе системы допущений, позволяющих получить расчетные соотношения для определения распределения контактных давлений вдоль уплотнительного сопряжения герметизирующего узла. В расчетной постановке учитываются геометрия контактирующих тел, величина радиального натяга, а также упругие постоянные материалов взаимодействующих элементов. В качестве примера для проверки применимости предложенная расчетная схема рассматривается премиальное резьбовое соединение ОМК VEGA со сферической геометрией уплотнительной поверхности. Верификация аналитического решения выполнена путём сопоставления с результатами численного моделирования процесса сборки соединения в осесимметричной постановке методом конечных элементов. Также показано отсутствие влияния радиального натяга в резьбе на прогибы уплотнительного узла соединения. Получено удовлетворительное совпадение эпюр контактных давлений, что подтверждает адекватность принятых предположений и применимость разработанной модели. Предложенный аналитический инструмент может использоваться на стадии предварительного проектирования для оценки влияния конструктивных параметров на уровень контактных давлений и условия обеспечения герметичности. Кроме того, данный подход представляет интерес для решения более общего класса осесимметричных контактных задач теории упругости, связанных с радиально нагруженными оболочками вращения.

Ключевые слова: теория контактного взаимодействия, цилиндрическая оболочка, радиальное уплотнение типа «металл-металл», премиальное резьбовое соединение.

Стрелков Кирилл Сергеевич, аспирант лаборатории механики новых материалов и технологий; e-mail: ks.strelkov@yandex.ru; <https://orcid.org/0009-0001-9203-9599>



для цитирования: Стрелков К. С. Математическая модель распределения контактных давлений в уплотнительном узле премиальных резьбовых соединений // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2026. № 1(67). С. 75–81. DOI: 10.37972/chgpu.2026.67.1.004. EDN: ENYDUP

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0).

K. S. Strelkov¹

MATHEMATICAL MODEL OF THE CONTACT PRESSURE DISTRIBUTION IN THE PREMIUM THREADED CONNECTIONS SEAL

¹I. Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

Abstract. The paper develops an analytical approach for determining the law of contact pressure distribution in the radial sealing zone of premium threaded connections. It is based on elastic contact theory and the general theory of cylindrical shells. The relevance of the study is associated with the need to ensure the required level of gas sealability and operational reliability of premium threaded connections used in oil and gas wells. The analytical model is formulated on the basis of a set of assumptions enabling the derivation of relationships for evaluating the distribution of contact pressures along the interface of the metal-to-metal sealing. The problem formulation accounts for the geometry of the contact bodies, the magnitude of radial interference and material constants of the interacting bodies. The proposed structural model is validated using the OMK VEGA premium threaded connection model with a spherical sealing surface geometry. Verification of the analytical solution is carried out through comparison with numerical simulations of the connection make-up process performed in an axisymmetric formulation using the finite element method (FEM). A satisfactory agreement between the analytical and numerical contact pressure distributions is obtained, confirming the applicability of the proposed model. The developed analytical tool can be employed at the preliminary design stage to assess the influence of key geometric and mechanical parameters on contact pressure levels and sealing performance. Furthermore, the approach is applicable to a broader class of axisymmetric elastic contact problems involving radially loaded shells.

Keywords: contact theory, cylindrical shell, radial «metal-to-metal» sealing, premium threaded connection

Kirill S. Strelkov, Scientific Researcher; e-mail: ks.strelkov@yandex.ru;

<https://orcid.org/0009-0001-9203-9599>



to cite this article: Strelkov K.S. Mathematical model of the contact pressure distribution in the premium threaded connections seal // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2026. No 1(67). p. 75–81. DOI: 10.37972/chgpu.2026.67.1.004

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение. При строительстве нефтегазовых скважин важнейшим элементом для формирования колонны труб являются резьбовые соединения. Особое место среди присоединительных элементов труб нефтегазового сортамента занимают резьбовые соединения класса «Премиум». Такие соединения, помимо специальных профилей резьбы, обладают конструктивным элементом, обеспечивающим газовую герметичность в скважине – уплотнительным узлом, формирующим радиальный натяг при свинчивании соединения. При этом контактные поверхности уплотнения могут быть выполнены в различных геометрических комбинациях: конус-конус, сфера-конус, сфера-сфера и т.д. Для описания распределения контактных давлений на этих поверхностях и, в дальнейшем, оценки герметизирующей способности резьбового соединения, может быть использована теория контактного взаимодействия Герца. Одно из условий в постановке задачи Герца заключается в том, что тела вдавливаются друг в друга на заданное расстояние. В случае премиального резьбового соединения данный подход не отражает реальных условий взаимодействия тел, так как в трубах, соединяемых при помощи муфты, носик, на котором выполнено радиальное уплотнение, обладает определенной податливостью, что не соответствует постановке задачи Герца. В случае труб, соединяемых друг с другом без использования муфт, необходимо также учитывать податливость раструбной части соединения. Целью данной работы является создание аналитической модели, описывающей распределение контактных давлений с учетом податливости носика трубы резьбового соединения.

1. Описание перемещений при сборке резьбового соединения. Для того, чтобы в контактной модели учесть податливость носика с радиальным уплотнением, рассмотрим трубу с нарезанной конической резьбой как цилиндрическую оболочку [1] с усредненной толщиной, нагруженную сосредоточенным усилием P на расстоянии x_0 от торца трубы. Такая расчетная схема соответствует свинченному нишпелю с муфтой с учетом радиального натяга в уплотнительном узле. В данном случае, в соответствии с общей теорией деформирования цилиндрических оболочек, прогибы будут представлять собой следующую функцию осевой координаты [2]:

$$v(x) = e^{-\beta(x-x_0)} [C_1 \cos \beta(x-x_0) + C_2 \sin \beta(x-x_0)] \quad (1)$$

В выражении (1) $\beta = \sqrt{\frac{3(1-\mu^2)}{R^2 h^2}}$ — коэффициент затухания перемещений, μ — коэффициент Пуассона, R — радиус оболочки, представляющий собой среднее значение между радиусом средней линии резьбы и уплотнения в измерительных плоскостях. Обоснование выбора такой величины приведено в [1], при этом h — соответствующая толщина оболочки для радиуса R , C_1 и C_2 — неизвестные постоянные.

В качестве примера рассмотрим трубу с резьбовым соединением ОМК VEGA [3] с внешним диаметром 177.8 мм, толщиной стенки 10.36 мм, длиной 12 метров, выполненной из стали группы прочности P110. Коэффициент

Пуассона примем равным 0.3. Для такого случая величина $\beta = 30 \text{ м}^{-1}$. Это означает, что уже на длине 100 мм прогибы затухают примерно в 460 раз, что подтверждает корректность применения указанного решения типа краевого эффекта (1).

Для нахождения постоянных в выражении (1), используем граничные условия для изгибающего момента и поперечной силы:

$$M_x \Big|_{x=0} = -D \frac{d^2 v}{dx^2} \Big|_{x=0} = 0, \quad Q_x \Big|_{x=x_0} = -D \frac{d^3 v}{dx^3} \Big|_{x=x_0} = -P \quad (2)$$

В условиях (2) $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ — цилиндрическая жесткость, E — модуль упругости.

Из граничных условий (2) находятся неизвестные постоянные $C_1 = -\frac{P}{2D\beta^3}$, $C_2 = 0$. В итоге выражение для прогибов ниппеля при действии радиальной нагрузки у торца принимает следующий вид:

$$v(x) = -\frac{P}{2D\beta^3} e^{-\beta(x-x_0)} \cos \beta(x-x_0) \quad (3)$$

На Рис. 1 представлено сравнение прогибов, полученных при помощи выражения (3) и метода конечных элементов (МКЭ) путем моделирования сборки резьбового соединения в осесимметричной постановке без учета натяга резьбы и с учетом натяга резьбы. Учитывая, что длина носика, содержащего уплотнительный узел составляет 13 мм, из полученных зависимостей видно, что натяг резьбовой части оказывает несущественное влияние на прогибы уплотнения и в рамках исследования напряженно-деформированного состояния радиального уплотнения им можно пренебречь.

Таким образом, из выражения (3) перемещение в месте приложения усилия (области формирования максимального контактного давления в уплотнении) можно получить в следующем виде:

$$v(x_0) = -\frac{P}{2D\beta^3} = \Delta \quad (4)$$

В выражении (4) Δ — радиальный натяг в уплотнительном узле. Стоит отметить, что выражение (4) получено в предположении, что муфта обладает значительно большей радиальной жесткостью, чем ниппельная часть трубы в виду значительно большей толщины в зоне уплотнительного узла. В случае безмуфтовых резьбовых соединений Δ будет представлять часть от суммарного перемещения ниппельной и раструбной части.

2. Контактная модель радиального уплотнения премиального резьбового соединения. В резьбовом соединении ОМК VEGA радиальное уплотнение имеет сферический тип [4] с выпуклой сферой на ниппеле и вогнутой сферой на

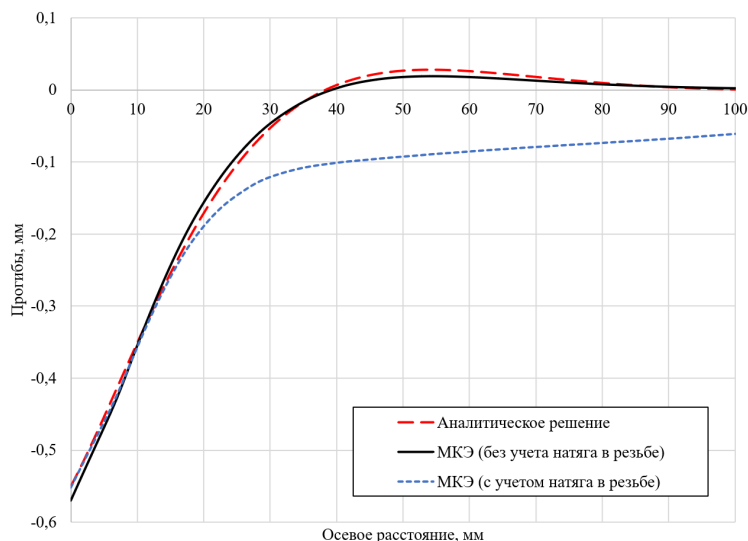


Рис. 1. Сравнение аналитического и численного решения для прогибов ниппеля с учетом и без учета натяга в резьбе.

муфте. Закон распределения контактного давления может быть определён на основе теории Герца для плоской контактной задачи цилиндрических тел [5]:

$$p(s) = \frac{E^*}{2R^*} \sqrt{a^2 - s^2}, \quad R^* = \frac{R_{s1}R_{s2}}{R_{s1} + R_{s2}}, \quad E^* = \frac{E}{2(1 - \mu^2)} \quad (5)$$

В выражении (2): R^* — эквивалентный радиус контактной области, R_{s1} — радиус сферы на уплотнительной поверхности ниппеля, R_{s2} — радиус сферы на уплотнительной поверхности муфты, a — полуширина контактной зоны, E^* — эквивалентный модуль упругости, используемый в плоских задачах теории упругости в случае одинаковых материалов контактирующих тел, s — координата вдоль контактной поверхности в локальной системе координат пятна контакта.

При этом стоит отметить, что в случае уплотнений типа «конус-конус» закон распределения контактных давлений (2) следует заменить на зависимость, полученную в задаче о вдавливании штампа [5].

В качестве нагрузки, используемой в выражениях (2) – (4), примем усилие от радиального натяга на поверхности уплотнения ниппеля, которое можно представить следующим образом [6]:

$$P = \int_{-a}^a p(s) ds \quad (6)$$

Предполагая, что распределение контактных давлений подчиняется закону (2), получим:

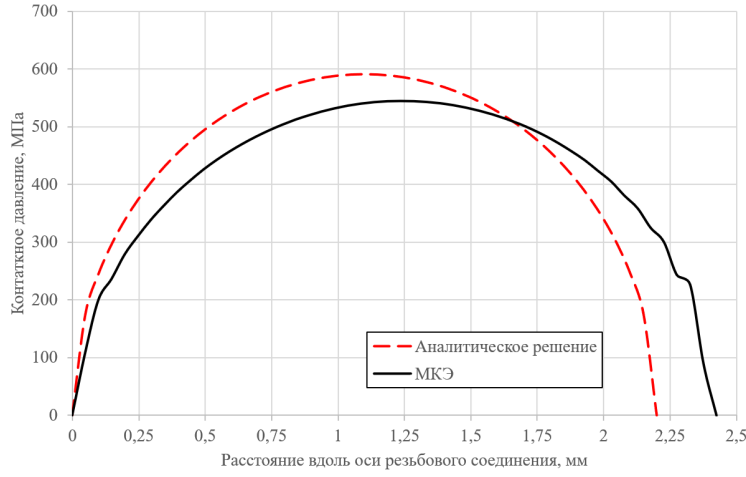


Рис. 2. Зависимость контактного давления от осевой координаты для аналитического и численного решения.

$$P = \frac{E^*}{2R^*} \int_{-a}^a \sqrt{a^2 - s^2} ds = \frac{\pi E^* a^2}{4R^*} \quad (7)$$

Выразив из соотношения (7) полуширину контактной зоны и подставив усилие из (4), получим следующее выражение для полуширины контактной зоны:

$$a = \sqrt{\frac{8D\Delta R^* \beta^3}{\pi E^*}} \quad (8)$$

Таким образом, выражение для распределения контактных давлений принимает следующий вид:

$$p(s) = \frac{E^*}{2R^*} \sqrt{\frac{8D\Delta R^* \beta^3}{\pi E^*} - s^2} \quad (9)$$

На Рис. 2 приведено сравнение распределения контактных давлений для аналитического решения (9) и численного решения, полученного при помощи МКЭ для резьбового соединения в осесимметричной постановке. Видно, что полученные решения хорошо согласуются.

Заключение. В работе приведена аналитическая модель распределения контактных давлений в уплотнительном узле премиального резьбового соединения, построенная на основе контактной задачи Герца с учетом податливости носика премиального резьбового соединения при помощи общей теории деформирования цилиндрических оболочек. Она может применяться как и при проектировании премиальных резьбовых соединений для оценки герметичности, так и в других контактных задачах тел, представляющих собой оболочки.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. К. С. Стрелков написание текста рукописи, обзор литературы по теме статьи, редактирование текста рукописи.

Конфликт интересов. Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Исследование выполнено по теме государственного задания (государственный регистрационный номер 124012500437-9).

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. K. S. Strelkov writing the text of the manuscript, reviewing the literature on the topic of the article, editing the text of the manuscript.

Competing interests. The author declare that they have no competing interests.

Funding. The study was carried out on the topic of the state assignment (state registration number 124012500437-9).

ЛИТЕРАТУРА

1. Билык С. Ф. Герметичность и прочность конических резьбовых соединений труб нефтяного сортамента. – 2-е изд. – Москва : Недра, 1981. – 352 с.
2. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки. – 2-е изд. – Москва : Наука, 1966. – 636 с.
3. Резьбовое соединение трубных изделий нефтепромыслового сортамента : 2767871 / Д. В. Никифоров, К. С. Стрелков. – Заявл. 2022. – Опубл. 22.03.2022. Бюл. № 9.
4. Yang B., et al. Effects of Make-Up Torque on the Sealability of Sphere-Type Premium Connection for Tubing and Casing Strings. Processes // Processes. – 2023. – Т. 11, № 1. – С. 1–19. – DOI: 10.1134/S0025654425607025.
5. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – Москва : Мир, 1989. – 510 с. – пер. с англ. М. Я. Леонов (ред.).
6. Xie J. FEA Modeling for Thermal Well Casing Connection Evaluation Programs. // Science in The Age of Experience. – 2017. – Т. 126. – С. 1–26. – DOI: 10.1115/1.1715103. – Conference abstract.

REFERENCES

1. Bilyk S. F. Sealability and strength of tapered threaded connections of oil-field tubular goods. – 2nd ed. – Moscow : Nedra, 1981. – 352 p. – (in Russian).
2. Timoshenko S., S. V.-K. Plates and shells. – 2nd ed. – Moscow : Nedra, 1981. – 352 p. – (in Russian).
3. Threaded connection of oil field tubular goods : 2767871 / D. V. Nikiforov, K. S. Strelkov. – 2021. – (in Russian).
4. Yang B., et al. Effects of Make-Up Torque on the Sealability of Sphere-Type Premium Connection for Tubing and Casing Strings. Processes // Processes. – 2023. – Vol. 11, no. 1. – P. 1–19. – DOI: 10.1134/S0025654425607025.
5. Johnson K. Contact Mechanics. – Moscow : Mir, 1989. – 510 p. – (in Russian).
6. Xie J. FEA Modeling for Thermal Well Casing Connection Evaluation Programs. // Science in The Age of Experience. – 2017. – Т. 126. – С. 1–26. – DOI: 10.1115/1.1715103. – Conference abstract.