

А. Н. Спорыхин

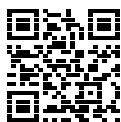
О ДИНАМИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК В РЫХЛЫХ ГОРНЫХ ПАРОДАХ

Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия

Аннотация. В работе на основе реологической модели упруговязкопластической смеси исследуется напряженно-деформированное состояние горных выработок круговой формы поперечного сечения при динамической нагрузке. Приведены уравнения критического значения динамической нагрузки для горизонтальной и вертикальной горной выработки.

Ключевые слова: смесь, упругость, пластичность, вязкость, упрочнение, напряжение, перемещения

Спорыхин Анатолий Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры механики и компьютерного моделирования; e-mail: anspor@mail.ru



для цитирования: Спорыхин А.Н. О динамическом деформировании горных выработок в рыхлых горных породах // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2026. № 1(67). С. 82–88. DOI: 10.37972/chgpu.2026.67.1.005. EDN: HFZHMM

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0).

A. N. Sporykhin

ON THE DYNAMIC DEFORMATION OF MINE WORKINGS IN LOOSE ROCK FORMATIONS

I. Voronezh State University, Voronezh, Russia

Abstract. Based on a rheological model of an elastic-viscoplastic mixture, this paper investigates the stress-strain state of circular cross-section mine workings under dynamic loading. Equations are given for the critical value of dynamic loading for horizontal and vertical mine workings.

Keywords: mixture, elasticity, plasticity, viscosity, hardening, stress, displacement.

Anatoliy N. Sporykhin, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor; e-mail: anspor@mail.ru



to cite this article: Sporykhin A. N. On the dynamic deformation of mine workings in loose rock formations // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2026. No 1(67). p. 82–88. DOI: 10.37972/chgpu.2026.67.1.005

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

1. Введение. Известно, что горные выработки широко используются в хозяйственной деятельности, в частности, для хранения различного сырья. Расчет их поведения при воздействии динамических нагрузок необходим при прогнозировании критических ситуаций. В рамках плоской деформации рассматриваются горизонтальные и вертикальные выработки в смешанных горных породах, которое могут быть получены, в частности, в результате направленного взрыва. Образование газообразных продуктов взрыва в стенках выработки приводит к ее динамическому деформированию. Горная порода моделируется многокомпонентной упруговязкопластической средой. Получены соотношения для определения напряжения и деформаций в зоне упругого и пластического деформирования. В аналитической форме приведены уравнения для определения динамической нагрузки соответствующей моменту возникновения пластического течения при заданных физикомеханических и геометрических параметрах.

Имеющиеся решения [1–3] аналогичных задач выполнены, когда массив горных пород скального типа и процесс деформирования статический. В настоящей работе исследуется динамический процесс деформирования горизонтальной и вертикальной выработки, когда массив горных пород в области пластического деформирования моделируется упруговязкопластическим многокомпонентным телом [4, 5], что характерно для смешанных рыхлых горных пород [6].

1. Задача деформирования горных выработок рассматривается в квазистатической постановке. Заменяем горных массив с выработкой, как это обычно делается, невесомой бесконечной плоскостью с круговым отверстием радиуса r_1 , по контуру которого приложена равномерно распределенное давление P , например давление газа на породный контур при взрыве, а на бесконечности действует нагрузка q , выражения для которых имеют вид:

$$P = P_0 e^{\hat{a}t}, \quad q = q_0 = gh, \quad 0 \leq t < t_0,$$

где g – объемный вес породы, h – глубина заложения выработки, $\hat{a}$ – известная константа.

Согласно [4, 5] приведем полную систему уравнений, описывающих деформируемое состояние упруговязкопластической среды произвольного порядка.

Тело остается упругим при условии

$$S_{ij}S_{ij} \leq k_1^2, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \delta_{ij}, \quad \sigma_0 = \frac{1}{3} \sigma_{kk}, \quad k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_L, \quad (1)$$

где S_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений.

При этом для последовательно соединённых моделей тела S_p^α выполняется закон Гука

$$S_{ij}^\alpha = 2\mu_\alpha \varepsilon_{ij}^{e\alpha}, \quad \alpha = 1, 2, \dots, L \quad (2)$$

где μ_α – параметр Ламме.

Если $S_{ij}S_{ij} \geq k_1^2$, то полная деформация складывается из упругой и пластической

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e1} + \varepsilon_{ij}^{p1} + \varepsilon_{ij}^{e2} + \varepsilon_{ij}^{p2} + \dots + \varepsilon_{ij}^{eL} + \varepsilon_{ij}^{pL} = \sum_{\alpha=1}^L (\varepsilon_{ij}^{e\alpha} + \varepsilon_{ij}^{p\alpha}), \quad (3)$$

здесь α определяет порядок обобщенной модели S_p^α .

Объемная деформация согласно (3) удовлетворяет условию несжимаемости

$$\varepsilon_{nn} = 0. \quad (4)$$

Усилия, приложенные к модели S_p^α одинаковы, следовательно

$$S_{ij}^1 = S_{ij}^2 = \dots S_{ij}^L, (\sigma_{ij}^1 = \sigma_{ij}^2 = \dots \sigma_{ij}^L) \quad (5)$$

Компоненты тензора скорости пластической деформации $e_{ij}^{p\alpha}$ связаны с компонентами тензора напряжений соотношениями ассоциированного законом течения

$$e_{ij}^{p\alpha} = \Psi_\alpha(S_{ij} - c_\alpha \varepsilon_{ij}^{p\alpha} - \eta_\alpha e_{ij}^{p\alpha}), \alpha = 1, 2, \dots, L \quad (6)$$

если выполняется условие пластичности

$$(S_{ij} - c_\alpha \varepsilon_{ij}^{p\alpha} - \eta_\alpha e_{ij}^{p\alpha})(S_{ij} - c_\alpha \varepsilon_{ij}^{p\alpha} - \eta_\alpha e_{ij}^{p\alpha}) = k_\alpha^2 \quad (7)$$

где c_α - коэффициент упрочнения, η_α - коэффициент вязкости, k_α - предел текучести, для каждой из моделей S_p^α .

Полные деформации удовлетворяют формулам Коши

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (8)$$

Уравнениям равновесия удовлетворяют только действительные напряжения

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0. \quad (9)$$

Соотношения (1)-(9) полная система уравнений описывающая деформированное состояние “смешанной” упруговязкопластической среды тела S_p^α произвольного порядка.

2. Напряжённо-деформированное состояние горизонтальной и вертикальной выработки в случае плоской деформации определяются согласно (9) уравнением равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (10)$$

Законом Гука (2) и соотношением Коши (8) для области упругого деформирования и имеет вид:

$$\sigma_r^e = -\frac{\mu^* C^e}{r^2} + D, \sigma_\theta^e = \frac{\mu^* C^e}{r^2} + D, u_r^e = \frac{C^e}{r}, \quad (11)$$

здесь C^e и D - неизвестные интегрирования.

В пластической области из условия несжимаемости (4) получаем:

$$u_r^p = \frac{C_1^p}{r}, \varepsilon_r = -\varepsilon_\theta = -\frac{C_1^p}{r^2}. \quad (12)$$

Из соотношений (2),(3) и (5) следует

$$S_{ij} = \mu^* \varepsilon_{ij} - \mu^* \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p = \sum_{\alpha=1}^L \varepsilon_{ij}^{p\alpha} \mu^* = \left(\sum_{\alpha=1}^L \frac{1}{2\mu_\alpha^e} \right)^{-1}. \quad (13)$$

В полярных координатах

$$S_r = \mu^*(\varepsilon_r - \varepsilon_r^p) = -S_\theta, S_{33} = 0. \quad (14)$$

Для отдельно взятого тела S_p^α условие пластичности (7) с учётом (12) и (14) принимает вид

$$S_r = 2c_\alpha \varepsilon_r^{p\alpha} - 2\eta_\alpha \dot{\varepsilon}_r^{p\alpha} = \pm 2k_\alpha, \alpha = 1, 2 \dots L. \quad (15)$$

Откуда приходим к уравнению для определения $\varepsilon_r^{p\alpha}$ для отдельного взятого комплекса S_p^α

$$\eta_\alpha \dot{\varepsilon}_r^{p\alpha} + (\mu_\alpha + c_\alpha) \varepsilon_r^{p\alpha} = 2k_\alpha - \frac{\mu_\alpha C_1^p}{r^2}, \alpha = 1, 2 \dots L. \quad (16)$$

Решение уравнения (16) имеет вид

$$\varepsilon_r^{p\alpha} = \frac{k_\alpha r^2 - 2\mu_\alpha C_1^p}{r^2(2\mu_\alpha + c_\alpha)} \left(1 - e^{-\frac{(2\mu_\alpha + c_\alpha)}{\eta_\alpha} t} \right), \alpha = 1, 2 \dots L. \quad (17)$$

Неизвестная интегрирования определена из начального условия $\varepsilon_r^{p\alpha} = 0$ при $t = 0$. Подставляя (14) в уравнение равновесия (10) учитывая при этом (13), (17) и интегрируя находим

$$\begin{aligned} \sigma_r^p &= B_\alpha \ln r + \frac{A_\alpha C_1^p}{2r^2} + C_2^p, \\ \sigma_\theta^p &= \sigma_r^p + B_\alpha - \frac{A_\alpha C_1^p}{2r^2} = B_\alpha (1 + \ln r) - \frac{A_\alpha C_1^p}{2r^2} + C_2^p. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь обозначено

$$\begin{aligned} A_\alpha &= -4 \sum_{\alpha=1}^L \frac{\mu^* \mu_\alpha}{(2\mu_\alpha + c_\alpha)} A_\alpha^\circ - 2\mu^*, B_\alpha = 2 \sum_{\alpha=1}^L \frac{\mu^* k_\alpha}{(2\mu_\alpha + c_\alpha)} A_\alpha^\circ, \\ A_\alpha^\circ &= e^{-\frac{(2\mu_\alpha + c_\alpha)}{\eta_\alpha} t} - 1. \end{aligned} \quad (19)$$

где C_1^p, C_2^p – неизвестные интегрирования.

Удовлетворяя полученные решения (10), (18) граничным условиям на внешней и внутренней поверхности выработки

$$\sigma_r^e = -gh = q_0 \text{ при } r = \infty, \sigma_r^p = -Pe^{\hat{a}t} = P_0 \text{ при } r = a, \quad (20)$$

а также условиям сопряжения напряжений и перемещений на упругопластической границе

$$\sigma_r^p = \sigma_r^e, \sigma_\theta^p = \sigma_\theta^e, u_r^p = u_r^e \text{ при } r = \gamma, \quad (21)$$

определяем неизвестные интегрирования.

$$\begin{aligned} C^e &= C_1^p = C = \frac{B_\alpha \gamma^2}{A_\alpha - 2\mu^*}, D = -gh = q_0, \\ C_2^p &= P - B_\alpha \ln a - \frac{A_\alpha C}{2a^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Таким образом для компонент напряжений и перемещений в упругой (11) и пластичной областях (18) учитывая (22) получаем

$$\begin{aligned} \sigma_r^e &= -\frac{\mu^* C}{r^2} - q, \sigma_\theta^e = \frac{\mu^* C}{r^2} + q, u^e = \frac{C}{r}, \\ \sigma_r^p &= P + B_\alpha (\ln r - \ln a) + \frac{A_\alpha C}{2} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{a^2} \right), \\ \sigma_\theta^p &= P + B_\alpha (1 + \ln r - \ln a) - \frac{A_\alpha C}{2} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{a^2} \right), u^p = \frac{C}{r}. \end{aligned} \quad (23)$$

Радиус упругопластической границы γ удовлетворяют уравнению.

$$\frac{A^*}{a^2} \gamma^2 - B_\alpha \ln\left(\frac{\gamma}{a}\right) + A^* \left(1 + \frac{2\mu^*}{A_\alpha}\right) + P + gh = 0, \quad (24)$$

$$A^* = \frac{A_\alpha B_\alpha}{2(A_\alpha - 2\mu^*)}.$$

Динамическая нагрузка $P = P_0 e^{\hat{a}t}$ при которой начинает зарождаться пластическая зона на внутреннем контуре горизонтальной выработки в массиве рыхлых горных пород определяется из уравнения (24) при $\gamma = a$

В случае неподкреплённой вертикальной цилиндрической выработки, выходящей на поверхность, напряжённо-деформированное состояние массива около выработки и динамическая нагрузка, при которой зарождается пластическая зона на внутреннем контуре, также определяются соотношениями (23) и соответственно (24).

Отметим если в (24) положить $\alpha = 1$, $P = \text{const}$ ($A_\alpha = 1$) то приходим к результатам работы [5] соответствующим варианту теории течения упруговязкопластической среды [7], а при $\eta_\alpha = 0$ ($\alpha = 1$) приходим к результату работы [1] полученным в рамках классического варианта теории течения упругопластической среды [8].

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. 100%.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. 100%.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding. This study was not supported by any external sources of funding.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ершов Л. В. О проявлении горного давления в горизонтальных выработках // Доклады Академии наук СССР. – 1962. – Т. 145, № 2. – С. 298–300.
2. Спорыхин А. Н. Метод возмущений в задачах устойчивости сложных сред. – Воронеж : Воронежский государственный университет, 1997. – 361 с.
3. Спорыхин А. Н., Шашкин А. И. Устойчивость равновесия пространственных тел и задачи механики горных пород. – Москва : Физматлит, 2004. – 232 с.
4. Спорыхин А. Н. Об одной модели упруговязкопластической смеси // Сборник трудов IX Всероссийской конференции. – Воронеж, 2016. – С. 199–201.
5. Спорыхин А. Н. Моделирование процессов деформирования и потери устойчивости упруговязкопластических смесей // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2020. – № 6. – С. 144–148.
6. Михайлюк А. В. Горные породы при неравномерных нагрузках. – Киев : Наукова думка, 1980. – 153 с.
7. Спорыхин А. Н. Об устойчивости деформирования упруговязкопластических тел // Прикладная механика и техническая физика. – 1967. – С. 52–58.

8. Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д. Математическая теория пластичности. – Москва : Физматлит, 2003. – 701 с.

REFERENCES

1. *Ershov L. V.* On the Manifestation of Rock Pressure in Horizontal Workings // Doklady of the USSR Academy of Sciences. – 1962. – Vol. 145, no. 2. – P. 298–300.
2. *Sporykhin A. N.* Method of Perturbations in Stability Problems of Complex Media. – Voronezh : Voronezh State University, 1997. – 361 p.
3. *Sporykhin A. N., Shashkin A. I.* Stability of Equilibrium of Spatial Bodies and Problems of Rock Mechanics. – Moscow : Fizmatlit, 2004. – 232 p.
4. *Sporykhin A. N.* On a Model of an Elastoviscoplastic Mixture // Proceedings of the IX All-Russian Conference. – Voronezh, 2016. – P. 199–201.
5. *Sporykhin A. N.* Modeling of Deformation Processes and Loss of Stability of Elastoviscoplastic Mixtures // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of Solids. – 2020. – No. 6. – P. 144–148.
6. *Mikhailyuk A. V.* Rocks under Nonuniform Loads. – Kiev : Naukova Dumka, 1980. – 153 p.
7. *Sporykhin A. N.* On the Stability of Deformation of Elastoviscoplastic Bodies // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 1967. – P. 52–58.
8. *Ishlinsky A. Y., Ivlev D. D.* Mathematical Theory of Plasticity. – Moscow : Fizmatlit, 2003. – 701 p.