

Кириллова И. В., Коссович Л. Ю.

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧКАХ

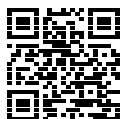
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени
Н. Г. Чернышевского, Саратов, Россия

Аннотация. Работа посвящена развитию асимптотической теории нестационарного напряжённо-деформированного состояния тонких упругих оболочек на примере волновых процессов в оболочках вращения произвольного профиля при ударных торцевых воздействиях. Представлены основные положения асимптотической теории. Теория основывается на базовых понятиях показателей изменяемости напряжённо-деформированного состояния по пространственным координатам и показателя динамичности по времени, позволяющих описать характерные свойства нестационарных волн в тонких телах, дополняя положения классических двумерных теорий. Используются схемы декомпозиции напряжённо-деформированного состояния на составляющие. Виды нестационарного напряжённо-деформированного состояния определяются типом граничных ударных воздействий. В случае ударных воздействий на торец выделены три: LT (продольное, тангенциального типа, при котором на торце отлично от нуля только продольное усилие), LM (продольное, изгибающего типа, при котором отличен от нуля на торце только изгибающий момент) и NW (нормальный тип воздействия, при котором отлична от нуля только перерезывающая сила). В случае нагрузок типа LT и LM появляются разрывы на фронтах волн расширения, а в случае нагрузки типа NW разрыв переносится фронтом волны сдвига. В работе представлены схемы декомпозиции нестационарного напряжённо-деформированного состояния тонких упругих оболочек вращения произвольного профиля при вышеперечисленных воздействиях. Асимптотический подход позволил построить единую оптимальную систему приближённых теорий, описывающих в совокупности нестационарное напряженно-деформированное состояние оболочек вращения. Сформулированы асимптотические оценки областей применимости составляющих нестационарного напряженно-деформированного состояния. Доказано совпадение решений для этих составляющих в областях согласования. Разработаны асимптотические методы решения краевых задач для эллиптического и гиперболического погранслоёв с учётом асимптотического представления геометрии передних волновых фронтов. Универсальность подхода продемонстрирована при исследовании классов задач для тонкостенных оболочек с разными геометрическими и механическими свойствами.

Ключевые слова: напряжённо-деформированное состояние, асимптотическая теория, эллиптический погранслой, гиперболический погранслой, параболический погранслой, ударное воздействие, фронт волны.

Кириллова Ирина Васильевна, кандидат физико-математических наук, доцент, директор образовательно-научного института наноструктур и биосистем; e-mail: iv@info.sgu.ru; <https://orcid.org/0000-0001-8053-3680>; AuthorID: 179980

Коссович Леонид Юрьевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической теории упругости и биомеханики; e-mail: kossovichly@sgu.ru; <https://orcid.org/0000-0002-4775-7348>; AuthorID: 2935



для цитирования: Кириллова И. В., Коссович Л. Ю. Асимптотическая теория нестационарных процессов в тонких упругих оболочках // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2026. № 1(67). С. 233–238. DOI: 10.37972/chgpu.2026.67.1.017. EDN: RNGQNA

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0).

I. V. Kirillova, L. Yu. Kossovich

ASYMPTOTIC THEORY OF NON-STATIONARY PROCESSES IN THIN ELASTIC SHELLS

Saratov State University, Saratov, Russia

Abstract. The work is devoted to the development of an asymptotic theory for the non-stationary stress strain state of thin elastic shells. Wave processes in shells of revolution of arbitrary form under impact end loading are considered. The main principles of the asymptotic theory are presented. The theory is based on the fundamental concepts of the variability indices of the stress strain state with respect to spatial coordinates and the dynamicity index with respect to time. This makes it possible to describe the characteristic properties of non-stationary waves in thin bodies, complementing the principles of classical two-dimensional theories. Decomposition schemes of the stress-strain state into components are employed. The characteristic types of non-stationary stress strain state are determined by the type of boundary impact loading. In the case of impact on the end face, three types are distinguished. LT loading is a longitudinal impact of a tangential type, where only the longitudinal stress resultant force is non-zero at the end. LM loading is a longitudinal impact of a bending type, where only the bending moment is non-zero at the end. NW loading is a normal impact, where only the shear force is non-zero at the end. In the case of LT and LM type loads, discontinuities appear on the longitudinal wave fronts. In the case of NW loading, the discontinuity is carried by the shear wave front. The work presents decomposition schemes for the non-stationary stress strain state of thin elastic shells of revolution of arbitrary form under the aforementioned loadings. The asymptotic approach have made it possible to construct a unified optimal system of approximate theories that collectively describe the nonstationary stress strain state of shells of revolution. Asymptotic estimates are formulated for the ranges of applicability of the components of the nonstationary stress strain state. The coincidence of the solutions for these components in the overlap regions is proved. Asymptotic methods are developed for solving boundary value problems for elliptic and hyperbolic boundary layers, taking into account the asymptotic representation of the geometry of the wave fronts. The universality of the approach is demonstrated in the study of classes of problems for thin walled elastic shells with different geometric and mechanical properties.

Keywords: Stress strain state, asymptotic theory, elliptic boundary layer, hyperbolic boundary layer, parabolic boundary layer, impact loading, wave front.

Irina V. Kirillova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences (PhD), Associate Professor, Director of the Educational and Research Institute of Nanostructures and Biosystems; e-mail: iv@info.sgu.ru; <https://orcid.org/0000-0001-8053-3680>; AuthorID: 179980

Leonid Yu. Kossovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences (Dr. habil.), Professor, Head of the Department of Mathematical Theory of Elasticity and Biomechanics; e-mail: kossovichly@sgu.ru; <https://orcid.org/0000-0002-4775-7348>; AuthorID: 2935



to cite this article: Kirillova I. V., Kossovich L. Yu. Asymptotic theory of non-stationary processes in thin elastic shells // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I. Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2026. No 1(67). p. 233–238. DOI: 10.37972/chgpu.2026.67.1.017

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. И. В. Кирилловой принадлежит формулирование цели и задач исследования, проведение исследований, анализ и интерпретация полученных результатов, написание текста рукописи; Л. Ю. Коссовичу принадлежит разработка методологии исследования, а также участие в анализе, верификации и интерпретации полученных результатов, редактирование текста рукописи, согласование финальной версии рукописи.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. I. V. Kirillova was responsible for formulating the aim and objectives of the study, conducting the research, analyzing and interpreting the obtained results, and writing the manuscript text. L. Yu. Kossovich was responsible for developing the research methodology, as well as participating in the analysis, verification, and interpretation of the obtained results, editing the manuscript text, and approving the final version of the manuscript.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding. This study was not supported by any external sources of funding.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nigul U.* Regions of effective application of the methods of three-dimensional and two-dimensional analysis of transient stress waves in shells and plates // Int. J. Solid and Structures. – 1969. – Vol. 5, no. 6. – P. 607–627.
2. Гольденвейзер А. Л. Теория тонких упругих оболочек. – М. : Наука, 1976. – 512 с.

Received: 10.03.26;

accepted: 19.05.26;

published: 01.07.26.

3. Коссович Л. Ю. Нестационарные задачи теории упругих тонких оболочек. – Саратов : Изд-во Саратовского университета, 1986. – 176 с.
4. *Kaplunov J. D., Nolde E. V., Kossovich L. Y.* Dynamics of Thin Walled Elastic Bodies. – San Diego : Academic Press, 1998. – 226 p.
5. Кириллова И. В. Асимптотическая теория гиперболического погранслоя в оболочках вращения при ударных торцевых воздействиях тангенциального типа // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. – 2024. – Т. 24, № 2. – С. 222–230. – DOI: 10.18500/1816-9791-2024-24-2-222-230.
6. Кириллова И. В., Коссович Л. Ю. Асимптотическая теория волновых процессов в оболочках вращения при ударных поверхностных и торцевых нормальных воздействиях // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2022. – № 2. – С. 35–49. – DOI: 10.31857/S057232992202012X.
7. *Kirillova I. V.* Asymptotic model of non-stationary processes in shells of revolution under the action of end impact loads of bending type // Mechanics of Solids. – 2024. – Vol. 59, no. 7. – P. 3756–3768. – DOI: 10.1134/S0025654424606591.
8. Кириллова И. В. Гиперболический погранслои в окрестности фронта волны сдвига в оболочках вращения // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. – 2024. – Т. 24, № 3. – С. 394–401. – DOI: 10.18500/1816-9791-2024-24-3-394-401.
9. Кириллова И. В. Эллиптический погранслои в оболочках вращения при ударных поверхностных воздействиях нормального типа // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2024. – № 5. – С. 48–59. – DOI: 10.31857/S1026351924050045.
10. Новожилов В. В., Слепян Л. И. О принципе Сен-Венана в динамике стержней // ПММ. – 1965. – Т. 29, № 2. – С. 261–281.
11. Слепян Л. И. Нестационарные упругие волны. – Ленинград : Судостроение, 1972. – 374 с.

REFERENCES

1. *Nigul U.* Regions of Effective Application of the Methods of Three-Dimensional and Two-Dimensional Analysis of Transient Stress Waves in Shells and Plates // International Journal of Solids and Structures. – 1969. – Vol. 5, no. 6. – P. 607–627.
2. *Goldenveizer A. L.* Theory of Elastic Thin Shells. – Oxford : Pergamon Press, 1961. – 658 p. – Russ. ed.: Moscow, Nauka, 1976. 512 p.
3. *Kossovich L. Y.* Nestatsionarnye zadachi teorii uprugikh tonkikh obolochek [Non-stationary Problems of the Theory of Elastic Thin Shells]. – Saratov : Saratov State University Publ., 1986. – 176 p. – EDN: VIOSWL. – (in Russian).
4. *Kaplunov J. D., Nolde E. V., Kossovich L. Y.* Dynamics of Thin Walled Elastic Bodies. – San Diego et al. : Academic Press, 1998. – 226 p. – DOI: 10.1016/C2009-0-20923-8. – EDN: WNSAFB.
5. *Kirillova I. V.* Asymptotic Theory of the Hyperbolic Boundary Layer in Shells of Revolution at Shock Edge Loading of the Tangential Type // Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics. – 2024. – Vol. 24, no. 2. –

- P. 222–230. – DOI: 10.18500/1816-9791-2024-24-2-222-230. – EDN: SFYWBV. – (in Russian).
6. *Kirillova I. V., Kossovich L. Y.* Asymptotic Theory of Wave Processes in Shells of Revolution under Surface Impact and Normal End Actions // *Mechanics of Solids*. – 2022. – Vol. 57, no. 2. – P. 232–243. – DOI: 10.3103/S0025654422020078.
 7. *Kirillova I. V.* Asymptotic Model of Non-Stationary Processes in Shells of Revolution under the Action of End Impact Loads of Bending Type // *Mechanics of Solids*. – 2024. – Vol. 59, no. 7. – P. 3756–3768. – DOI: 10.1134/S0025654424606591.
 8. *Kirillova I. V.* Hyperbolic Boundary Layer in the Vicinity of the Shear Wave Front in Shells of Revolution // *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. – 2024. – Vol. 24, no. 3. – P. 394–401. – DOI: 10.18500/1816-9791-2024-24-3-394-401. – EDN: JMEGQP. – (in Russian).
 9. *Kirillova I. V.* Elliptic Boundary Layer in Shells of Revolution under Surface Shock Loading of Normal Type // *Mechanics of Solids*. – 2024. – Vol. 59, no. 5. – P. 2686–2693. – DOI: 10.1134/S0025654424604397.
 10. *Novozhilov V. V., Slepian L. I.* On Saint-Venant's Principle in the Dynamics of Beams // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. – 1965. – Vol. 29, no. 2. – P. 293–315. – DOI: 10.1016/0021-8928(65)90032-8.
 11. *Slepian L. I.* Nestatsionarnye uprugie volny [Unsteady Elastic Waves]. – Leningrad : Sudostroenie, 1972. – 374 p. – (in Russian).