

М. В. Петров, О. А. Алексеева, Б. В. Михайлов

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ПУСТЫХ И НАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ ПРИ ИЗГИБЕ С КРУЧЕНИЕМ

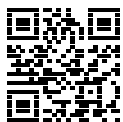
Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, Чебоксары, Россия

Аннотация. Проведены экспериментальные исследования потери устойчивости пустых и наполненных сыпучим заполнителем тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины при комбинированной нагрузке изгиба и кручения. Для этих целей разработана и изготовлена специальная экспериментальная установка, позволяющая испытывать образцы на прямой изгиб, кручение и изгибе с кручением. Образцы одним концом жестко закреплялись к стенке установки, на другой, свободный конец в начале прикладывали поперечную силу, равными ступенями нагружения, отмечая после каждой ступени нагружения вертикальный прогиб на свободном конце. Поперечная сила составляла от 20 до 80 % ожидаемой критической силы. Затем на свободный конец дополнительно прикладывали крутящий момент, определенными ступенями нагружения, отмечая после каждой ступени нагружения угол закручивания. Нагружение крутящим моментом проводилось до потери устойчивости цилиндрической оболочки. По экспериментальным данным определяли среднестатистические значения поперечной силы при изгибе и среднестатистическое значение крутящего момента тонкостенной цилиндрической оболочки из алюминиевого сплава 3004 в состоянии H19. Образцом являлась оболочка радиусом срединной поверхности 31,48 мм, толщиной стенки 0,1 мм.

Ключевые слова: эксперимент, цилиндрическая оболочка, изгиб, кручение, сыпучий заполнитель, устойчивость, ожидаемая критическая сила, крутящий момент, железный порошок. **Петров Михаил Васильевич**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры строительных конструкций; e-mail: 21pmv@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-7355-8553>; AuthorID: 831162

Алексеева Олеся Анатольевна, аспирант кафедры строительных конструкций; e-mail: aosk21@yandex.ru; <https://orcid.org/0009-0001-1155-8013>; AuthorID: 1250072

Михайлов Борис Васильевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры строительных конструкций; e-mail: boris.mihaylov.63@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0001-6511-6985>; AuthorID: 780012



для цитирования: Петров М. В., Алексеева О. А., Михайлов Б. В. Экспериментальное исследование потери устойчивости пустых и наполненных сыпучим заполнителем тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины при изгибе с кручением // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2026. № 2(68). С. 156–172. DOI: 10.37972/chgpu.2026.68.2.002. EDN: ZVGTAT

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0).

M. V. Petrov, O. A. Alekseeva, B. V. Mikhailov

EXPERIMENTAL STUDY OF THE LOSS OF STABILITY OF EMPTY AND FILLING FRACTURED THIN-WALLED CYLINDRICAL CASINGS OF MEDIUM LENGTH DURING BENDING WITH TORSION

I.N. Ulianov Chuvash State University, Cheboksary, Russia

Abstract. Experimental studies have been conducted on the loss of stability of empty and filled with a loose filler thin-walled cylindrical shells of medium length under combined bending and torsion loads. For this purpose, a special experimental setup has been developed and manufactured, which allows testing samples for straight bending, torsion, and bending with torsion. The samples were fixed at one end to the wall of the installation, on the other, free end at the beginning applied a lateral force, equal loading steps, noting after each loading step vertical deflection at the free end. Lateral force was from 20 to 80% of the expected critical force. Then, an additional torque was applied to the free end in certain loading steps, and the torsion angle was recorded after each loading step. The torque loading was performed until the cylindrical shell lost stability. Based on the experimental data, the average values of the transverse bending force and the average value of the torque were determined for a thin-walled cylindrical shell made of aluminum alloy 3004 in the H19 state. The sample was a shell with a radius of 31.48 mm and a wall thickness of 0.1 mm.

Keywords: experiment, cylindrical shell, bending, torsion, loose filler, stability, expected critical force, torque, iron powder.

Mikhail V. Petrov, Doctor of Technical Sciences, Professor; e-mail: 21pmv@mail.ru;
<https://orcid.org/0000-0002-7355-8553>; AuthorID: 831162

Olesya A. Alekseeva, Postgraduate Student; e-mail: aosk21@yandex.ru;
<https://orcid.org/0009-0001-1155-8013>; AuthorID: 1250072

Boris V. Mikhailov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor; e-mail:
boris.mihaylov.63@mail.ru;
<https://orcid.org/0000-0001-6511-6985>; AuthorID: 780012



to cite this article: Petrov M. V., Alekseeva O. A., Mikhailov B. V. Experimental study of the loss of stability of empty and filling fractured thin-walled cylindrical casings of medium length during bending with torsion // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2026. No 2(68). p. 156–172. DOI: 10.37972/chgpu.2026.68.2.002

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение. Тонкостенные цилиндрические оболочки традиционно применяются в авиационных конструкциях, трубопроводах, транспортной технике и в других отраслях. В частности, в транспортной технике для транспортировки как жидких, так и сыпучих материалов, широко используют различные автоцистерны, железнодорожные цистерны. Все данные емкости в основном представляют собой цилиндрическую оболочку. Обеспечение устойчивости цилиндрических оболочек является одной из главных задач при их эксплуатации. Устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек при простых и сложных видах нагружения теоретически и экспериментально исследованы во многих научных трудах [1–18]. Теоретический и экспериментальный анализ, а также влияние геометрических параметров на устойчивость цилиндрических оболочек при изгибе исследовалось в [7, 8]. Экспериментальные испытания пустых тонкостенных цилиндрических оболочек при совместном изгибе и кручении приведены в научном труде [18]. Данные экспериментальные испытания показали, что большое отношение диаметра к толщине приводит к потере несущей способности. Совместное действие изгиба и кручения приводит к снижению несущей способности по сравнению с изгибом [18]. Серьезное влияние на потерю устойчивости тонкостенных оболочек оказывают начальные несовершенства геометрии оболочки и другие факторы [1, 3, 9, 18]. Устойчивость тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим заполнителем при действии комбинированной нагрузки не изучено.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование потери устойчивости пустых и наполненных сыпучим заполнителем тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины при изгибе с кручением.

1. Экспериментальное исследование потери устойчивости пустых и наполненных сыпучим заполнителем тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины при изгибе и кручении. Испытание цилиндрических оболочек на устойчивость при изгибе и кручении проводилось поэтапно. Образцы одним концом жестко закреплялись к стенке установки, на другой, свободный конец в начале прикладывали поперечную силу, равными ступенями нагружения, отмечая после каждой ступени нагружения вертикальный прогиб на свободном конце. Затем на свободный конец дополнительно прикладывали крутящий момент, определенными ступенями нагружения, отмечая после каждой ступени нагружения угол закручивания. Нагружение крутящим моментом проводилось до потери устойчивости цилиндрической оболочки. На начальном этапе экспериментов были испытаны пустые образцы. Затем образцы наполнялись сыпучим заполнителем на 90% по объему. В качестве заполнителя использовался железный порошок ПЖ-5 насыпной плотностью $\rho = 2,74 \text{ г/см}^3$.

Для экспериментальных исследований потери устойчивости пустых и наполненных сыпучим заполнителем при изгибе и кручении тонкостенной цилиндрической оболочки из алюминиевого сплава марки 3004 в состоянии Н-19 изготовлена и собрана специальная экспериментальная установка, которая представлена на рисунках 1а, 1б. Исследуемые образцы (1) одним концом жестко закреплялись к оправке (2). В свою очередь, оправка жестко закреплялась к станине (3). Для измерения прогиба свободного конца образца установлен высококачественный микронный цифровой индикатор (4). Для придания жесткости на свободный конец испытываемого образца, закреплялось жесткое кольцо (5), к которому прикреплялся крючок (6). Соосность центра кольца и центра свободного конца цилиндрической оболочки контролировали с помощью лазерного уровня (нивелира) рис.1б. На крючок (6) для измерения поперечной силы при изгибе устанавливался динамометр (7). Другой конец динамометра через блоки (8) и (9) при помощи троса (10) соединялся с подвесом (11).

Испытуемый образец из алюминиевого сплава 3004 в состоянии Н19 имел следующие размеры: внешний диаметр $D = 63,05$ мм, внутренний диаметр $d = 62,85$ мм, расчетная длина образцов $l = 140$ мм, толщина стенки $h = 0,1$ мм.

После сборки специальной экспериментальной установки (рис. 1а) до нагружения показания высококачественного микронного цифрового индикатора (4) устанавливали на «0». Затем на подвес (11) для создания поперечной силы устанавливался груз (12), который создавал изгибающий момент. Нагружали образец равными ступенями, отмечая после каждой ступени нагружения вертикальный прогиб на свободном конце образца (1). При нагружении образца после каждой ступени давали выдержку во времени для сохранения постоянства показаний динамометра в течении не менее 30 с [19]. При каждом испытании значение поперечной силы составляла в пределах от 20 до 80 % ожидаемой критической силы. Нагрузку, которая создавала поперечную силу и показания цифрового индикатора (4), записывали в журнал испытаний.

При испытании на изгиб с кручением на свободный конец образца дополнительно прикладывали крутящий момент (рис.2). Для создания крутящего момента на свободном конце образца (1) закреплялись рычаги (2). На свободных концах рычагов устанавливали динамометры (3) для измерения крутящего момента при кручении. К другому концу правого динамометра устанавливался подвес (4), на который укладывались грузы (5). К другому концу левого динамометра (3) через блок (6) огибался трос (7) и соединялся с подвесом (4). Перпендикулярно к оси образца (1) к жесткому кольцу (8) прикреплялся стержень (9), к концу которого подходила ножка высококачественного микронного цифрового индикатора (10) для измерения угла закручивания. Показания высококачественного микронного цифрового индикатора (10) до нагружения устанавливали на «0». Грузы (5) укладывались на подвесы (4) с учетом плавности статического нагружения (без толчков и ударов). Концы динамометров (3) находились на расстоянии 82,5 мм от продольной оси образца. Тем самым, на

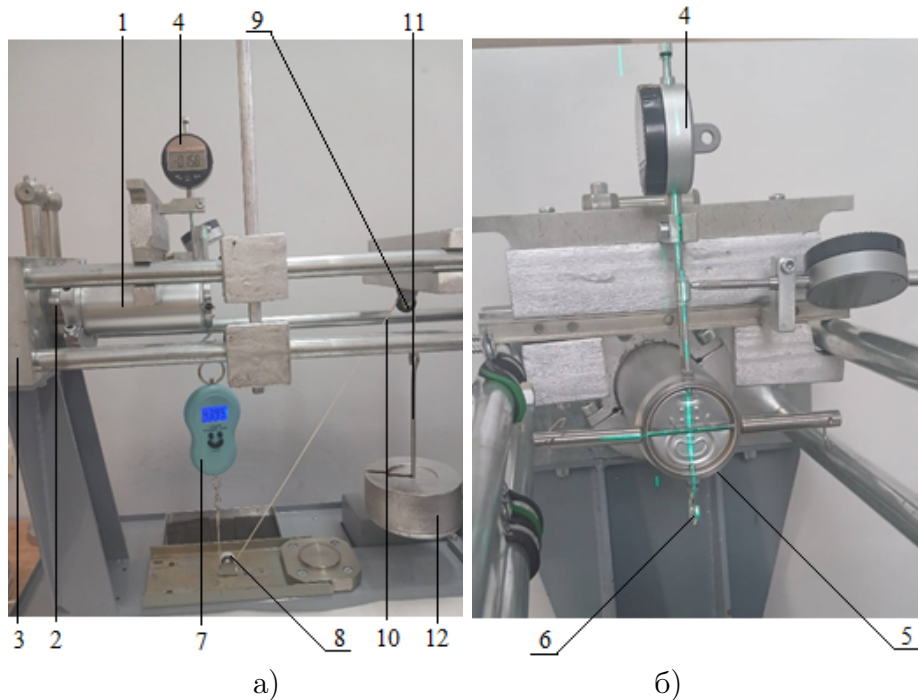


Рис. 1. Специальная экспериментальная установка для испытаний на поперечный изгиб

свободный конец образца прикладывали грузы (5) определенными ступенями нагружения, отмечая после каждой ступени нагружения угол закручивания. Время регистрации угла закручивания не превышало 10 с. [19]. Нагружение крутящим моментом проводилось до потери устойчивости цилиндрической оболочки.

Вначале определили значение критической силы пустых образцов отдельно при изгибе. Для этого пустые образцы размерами указанными выше подвергались прямому изгибу. Испытывались десять образцов с последующей статистической обработкой результатов [20]. По результатам статистической обработки были получены следующие данные: среднее значение критической силы $F_{кр}^{exp} = 106,83$ Н, среднее квадратическое отклонение – 14,11 Н, доверительный интервал – $(106,83 \pm 10,08)$ Н, коэффициент вариации – $\nu = 13,21\%$, коэффициент асимметрии – $S_\mu = -0,738$, коэффициент эксцесса – $E_x = -0,804$, средняя квадратическая ошибка асимметрии – $S_A^2 = 0,377$, средняя квадратическая ошибка эксцесса – $S_E^2 = 0,569$.

По данным статистической обработки результатов испытаний проверили, подчиняются ли они нормальному закону распределения при помощи неравенств (1) и (2) [20].



Рис. 2. Специальная экспериментальная установка для испытания на устойчивость при изгибе с кручением.

$$|S_\mu| \leq 3 \cdot \sqrt{S_A^2}, \quad (1)$$

$$\text{где } S_A^2 = \frac{6 \cdot (n-1)}{(n+1) \cdot (n+3)}$$

$$|E_x| \leq 5 \cdot \sqrt{S_E^2}, \quad (2)$$

$$\text{где } S_E^2 = \frac{24 \cdot n \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{(n+1)^2 \cdot (n+3) \cdot (n+5)}$$

Подставив значения в формулы (1) и (2), проверили соблюдение условий:
 $|-0,738| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377}$ и $|-0,804| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569}$.

Вышеуказанные условия соблюдаются, т.е. асимметрия и эксцесс несущественны, вызваны влиянием случайных факторов. Следовательно, приведенные результаты подчиняются нормальному закону распределения.

Далее определили значение критического крутящего момента отдельно при кручении. Для этого пустые образцы размерами указанными выше подвергались кручению. Так же испытывались десять образцов с последующей статистической обработкой результатов [20]. По результатам статистической обработки были получены следующие данные: среднее значение критического крутящего момента $T_{кр}^{exp}=1008,43$ Н·см, среднее квадратическое отклонение 58,26 Н·см, доверительный интервал $(1008,43 \pm 41,64)$ Н·см, коэффициент вариации $\nu = 5,78\%$, коэффициент асимметрии $S_\mu = 0,068$, коэффициент эксцесса $E_x = -0,647$, средняя квадратическая ошибка асимметрии $S_A^2=0,377$, средняя квадратическая ошибка эксцесса $S_E^2 = 0,569$.

По данным статистической обработки испытаний проверили, подчиняются ли они нормальному закону распределения при помощи неравенств (1) и (2) [20].

Подставив значения в формулы (1) и (2), проверили соблюдение условий:

$$|0,068| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377} \quad \text{и} \quad |-0,647| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569}.$$

Вышеуказанные условия соблюдаются, т.е. асимметрия и эксцесс несущественны, вызваны влиянием случайных факторов. Следовательно, приведенные результаты подчиняются нормальному закону распределения.

Далее, проводились экспериментальные исследования пустых тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе с кручением. Для этого, выбирали значение поперечной силы в пределах от 20 до 80 % ожидаемой критической силы. На свободный конец образца прикладывали поперечную силу, равными ступенями нагружения доводя до значения 20,18 Н. Отмечали после каждой ступени нагружения вертикальный прогиб на свободном конце. Затем на свободный конец дополнительно прикладывали крутящий момент, определенными ступенями нагружения, отмечая после каждой ступени нагружения угол закручивания. Нагружение крутящим моментом проводилось до потери устойчивости цилиндрической оболочки. Подобные действия были выполнены для значений поперечных сил 39,85 Н и 62,66 Н.

Результаты статистической обработки испытаний пустых тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе с кручением с поперечными силами, указанными выше при доверительной вероятности $P = 0,95$ приведены в таблице 1.

Подставив значения в формулу (1), проверили соблюдение условий:

- поперечная сила $F=20,18$ Н, $|-0,471| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377}$;
- поперечная сила $F=39,85$ Н, $|-0,014| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377}$;
- поперечная сила $F=62,66$ Н, $|-0,077| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377}$.

Подставив значения в формулу (2), проверили соблюдение условий:

- поперечная сила $F=20,18$ Н, $|-1,329| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569}$;
- поперечная сила $F=39,85$ Н, $|2,000| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569}$;
- поперечная сила $F=62,66$ Н, $|-1,646| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569}$.

Поперечная сила, F , Н	Значение критического крутящего момента $T_{кр}^{exp}$, Н·см	Среднее квадратическое отклонение, Н·см	Доверительный интервал, Н·см	Коэффициент вариации ν , %	Коэффициент асимметрии S_μ	Коэффициент эксцесса E_x	Средняя квадратическая ошибка асимметрии S_A^2	Средняя квадратическая ошибка эксцесса S_E^2
20,18	913,07	67,33	(913,07 ± 48,12)	7,37	−0,471	−1,329	0,377	0,569
39,85	764,23	44,73	(764,23 ± 31,97)	5,85	0,014	−2,000	0,377	0,569
62,66	595,72	70,17	(595,72 ± 50,15)	11,78	−0,077	−1,646	0,377	0,569

Таблица 1. Результаты статистической обработки испытаний пустых тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе с кручением

Вышеуказанные условия соблюдаются, т.е. асимметрия и эксцесс несущественны, вызваны влиянием случайных факторов. Следовательно, приведенные в табл.1 результаты подчиняются нормальному закону распределения.

По данным исследования пустых тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе с кручением построили график изменения критического состояния при различных нагрузках рисунок 3 (график 1). Данный график имеет полиномиальную зависимость второй степени, уравнение описывается следующей зависимостью: $y = -57,42 \cdot x^2 - 3,1914 \cdot x + 1,0034$, у которой коэффициент аппроксимации $R^2=0,9985$.

Далее выполнены исследования наполненных сыпучим заполнителем тонкостенных цилиндрических оболочек. Вначале определили значение критической силы отдельно при изгибе. Для этого образцы, наполненные сыпучим заполнителем на 90% по объему, подвергались прямому изгибу. Испытывались десять образцов с последующей статистической обработкой результатов [20].

В серии данных испытаний образцы теряли устойчивость в две стадии: первая – потеря местной устойчивости, вторая – полная потеря устойчивости образца. Местная потеря устойчивости происходила с образованием одной или нескольких вмятин в шахматном порядке в два ряда в сжатой зоне максимальных нормальных напряжений изгиба. Далее, через несколько ступеней нагружения наступала полная потеря устойчивости с образованием нескольких наклонных вмятин на боковой поверхности образца.

Результаты статистической обработки испытаний потери устойчивости образцов при прямом изгибе, с доверительной вероятностью $P=0,95$, приведены в таблице 2.

Подставив значения в формулу (1), проверили соблюдение условий:

- поперечная сила $F_{кр}^{exp}=124,56$ Н, $|1,432| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377}$;
- поперечная сила $F_{кр}^{exp}=140,00$ Н, $|1,103| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377}$;

Подставив значения в формулу (2), проверили соблюдение условий:

- поперечная сила $F_{кр}^{exp}=124,56$ Н, $|1,470| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569}$;
- поперечная сила $F_{кр}^{exp}=140,00$ Н, $|-0,233| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569}$.

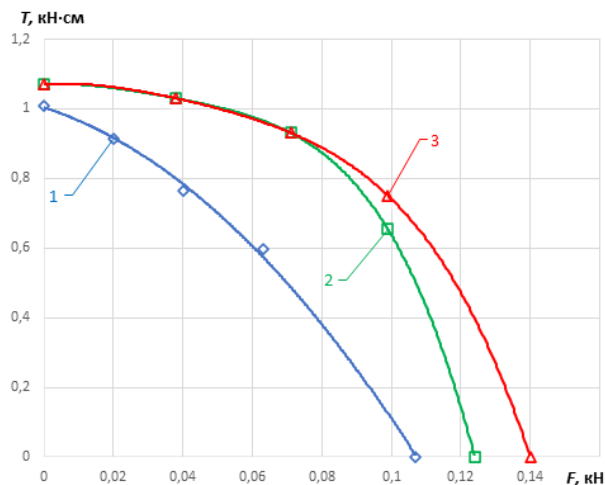


Рис. 3. Графики изменения критического состояния при различных видах нагружения

Вышеуказанные условия соблюдаются, т.е. асимметрия и эксцесс несущественны, вызваны влиянием случайных факторов. Следовательно, приведенные в табл.2 результаты подчиняются нормальному закону распределения.

В следующей серии опытов определяли значение критического крутящего момента заполненных образцов отдельно при кручении. Для этого наполненные сыпучим заполнителем на 90% по объему образцы подвергались кручению. В данной серии опытов испытывались десять образцов с последующей статистической обработкой результатов.

Потеря устойчивости	Значение критической силы $F_{кр}^{exp}$, Н	Среднее квадратическое отклонение, Н	Доверительный интервал, Н	Коэффициент вариации ν , %	Коэффициент асимметрии S_μ	Коэффициент эксцесса E_x	Средняя квадратическая ошибка асимметрии S_A^2	Средняя квадратическая ошибка эксцесса S_E^2
Местная потеря устойчивости	124,56	18,60	$(124,56 \pm 13,29)$	14,93	1,432	1,470	0,377	0,569
Полная потеря устойчивости	140,00	21,68	$(140,00 \pm 15,49)$	15,49	1,103	-0,233	0,377	0,569

Таблица 2. Результаты статистической обработки результатов испытаний заполненных образцов при прямом изгибе

По результатам статистической обработки были получены следующие данные: среднее значение критического крутящего момента $T_{кр}^{exp} = 1067,50$ Н·см,

среднее квадратическое отклонение 24,66 Н·см, доверительный интервал $(1067,50 \pm 17,62)$ Н·см, коэффициент вариации $\nu = 2,31\%$, коэффициент асимметрии $S_\mu = -0,282$, коэффициент эксцесса $E_x = -1,845$, средняя квадратическая ошибка асимметрии $S_A^2 = 0,377$, средняя квадратическая ошибка эксцесса $S_E^2 = 0,569$.

По данным статистической обработки испытаний проверили, подчиняются ли они нормальному закону распределения при помощи неравенств (1) и (2).

Подставив значения в формулы (1) и (2), проверили соблюдение условий: $|-0,282| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377}$ и $|-1,845| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569}$.

Вышеуказанные условия соблюдаются, т.е. асимметрия и эксцесс несущественны, вызваны влиянием случайных факторов. Следовательно, приведенные результаты подчиняются нормальному закону распределения.

Далее, проводились экспериментальные исследования потери устойчивости наполненных сыпучим заполнителем тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе с кручением. Для этого, выбирали значение поперечной силы в пределах от 20 до 80 % ожидаемой критической силы. На свободный конец образца прикладывали поперечную силу, равными ступенями нагружения доводя до значения 38,45 Н. Отмечали после каждой ступени нагружения вертикальный прогиб на свободном конце. Затем на свободный конец дополнительно прикладывали крутящий момент, определенными ступенями нагружения, отмечая после каждой ступени нагружения угол закручивания. Нагружение крутящим моментом проводилось до потери устойчивости цилиндрической оболочки. Подобные действия также были выполнены для значений поперечных сил 71,03 Н и 99,53 Н.

При прикладывании поперечной силы значениями 38,45 Н и 71,03 Н образцы теряли устойчивость в одну стадию – полная потеря устойчивости образца. При значении поперечной силы равной 99,53 Н образцы теряли устойчивость в две стадии: первая – потеря местной устойчивости, вторая – полная потеря устойчивости образца.

Местная потеря устойчивости наблюдалась в появлении одной вмятины (1) около зоны максимальных нормальных напряжений прямого изгиба рис. 4а (вид снизу). Затем, при дальнейшем нагружении образца одновременно появлялись вмятины в зоне максимальных нормальных напряжений изгиба (2) и наклонная вмятина (3) между зонами максимальных нормальных напряжений изгиба и максимальных касательных напряжений. При дальнейшем нагружении наступала вторая стадия – полная потеря устойчивости образца, рис. 4б (вид слева). После местной потери устойчивости образец разгружали и в этом случае образец принимал начальную форму. Значит устойчивость терялась в упругости.

Результаты статистической обработки результатов испытаний образцов, наполненных сыпучим заполнителем на 90% по объему, при изгибе и кручении с начальными поперечными силами, указанными выше при доверительной вероятности $P=0,95$ приведены в таблице 3.

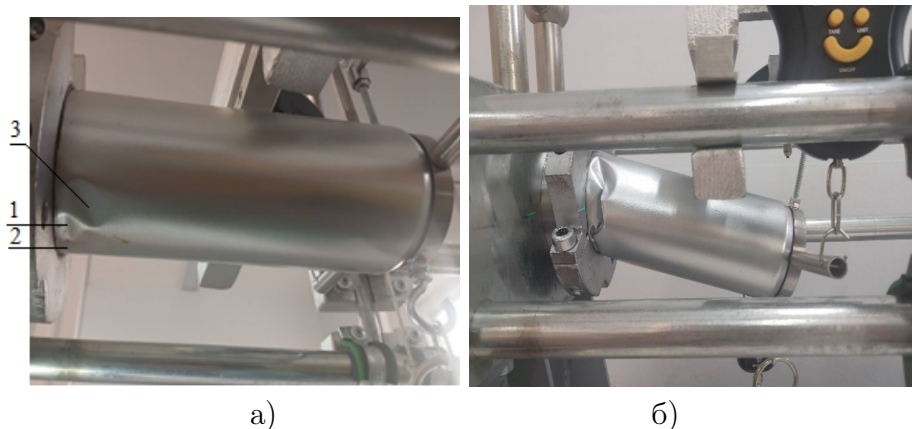


Рис. 4. Стадии потери устойчивости при значении поперечной силы равной 99,53 Н

Поперечная сила, F , Н	Значение критического крутящего момента $T_{кр}^{exp}$, Н·см	Среднее квадратическое отклонение, Н·см	Доверительный интервал, Н·см	Коэффициент вариации ν , %	Коэффициент асимметрии S_μ	Коэффициент эксцесса E_x	Средняя квадратическая ошибка асимметрии S_A^2	Средняя квадратическая ошибка эксцесса S_E^2
38,45 Полная потеря устойчивости	1030,50	50,60	$(1030,50 \pm 36,16)$	4,91	-0,253	-1,456	0,377	0,569
71,03 Полная потеря устойчивости	931,30	54,92	$(931,30 \pm 39,25)$	5,90	0,111	-1,255	0,377	0,569
99,53 Местная потеря устойчивости	654,10	451,73	$(654,10 \pm 322,84)$	69,06	1,344	-0,124	0,377	0,569
99,53 Полная потеря устойчивости	751,30	423,17	$(751,30 \pm 302,43)$	56,32	1,741	0,613	0,377	0,569

Таблица 3. Результаты статистической обработки результатов испытаний наполненных сыпучим заполнителем тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе с кручением

Подставив значения в формулу (1), проверили соблюдение условий:

- критический крутящий момент, полная потеря устойчивости
 $T_{кр}^{exp}=1030,50 \text{ Н}\cdot\text{см}$

$$|-0,253| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377};$$

- критический крутящий момент, полная потеря устойчивости
 $T_{кр}^{exp}=931,30 \text{ Н}\cdot\text{см}$

$$|0,111| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377};$$

- критический крутящий момент, местная потеря устойчивости
 $T_{кр}^{exp}=654,10 \text{ Н}\cdot\text{см}$

$$|1,344| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377};$$

- критический крутящий момент, полная потеря устойчивости
 $T_{кр}^{exp}=751,30 \text{ Н}\cdot\text{см}$

$$|1,741| \leq 3 \cdot \sqrt{0,377}.$$

Подставив значения в формулу (2), проверили соблюдение условий:

- критический крутящий момент, полная потеря устойчивости
 $T_{кр}^{exp}=1030,50 \text{ Н}\cdot\text{см}$

$$|-1,456| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569};$$

- критический крутящий момент, полная потеря устойчивости
 $T_{кр}^{exp}=931,30 \text{ Н}\cdot\text{см}$

$$|-1,255| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569};$$

- критический крутящий момент, местная потеря устойчивости
 $T_{кр}^{exp}=654,10 \text{ Н}\cdot\text{см}$

$$|-0,124| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569};$$

- критический крутящий момент, полная потеря устойчивости
 $T_{кр}^{exp}=751,30 \text{ Н}\cdot\text{см}$

$$|0,613| \leq 5 \cdot \sqrt{0,569}.$$

Вышеуказанные условия соблюдаются, т.е. асимметрия и эксцесс несущественны, вызваны влиянием случайных факторов. Следовательно, приведенные в табл. 3 результаты подчиняются нормальному закону распределения.

По данным исследования, наполненных сыпучим заполнителем тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе и кручении построены графики критического состояния при различных значениях поперечной силы и крутящего момента рисунок 3 (график 2, 3).

График 2 имеет полиномиальную зависимость четвертой степени, уравнение описывается следующей зависимостью

$$y = -11215 \cdot x^4 + 1468,4 \cdot x^3 - 84,493 \cdot x^2 + 0,6532 \cdot x + 1,07,$$

у которой коэффициент аппроксимации $R^2=1$.

График 3 имеет полиномиальную зависимость четвертой степени, уравнение описывается следующей зависимостью

$$y = -6053,3 \cdot x^4 + 968,39 \cdot x^3 - 77,395 \cdot x^2 + 0,8222 \cdot x + 1,07,$$

у которой коэффициент аппроксимации $R^2=1$.

По полученным экспериментальным данным был выполнен анализ графиков 1, 2 и 3 (рис.3).

При прямом изгибе была установлена зависимость критической силы пустых и наполненных сыпучим заполнителем на 90 % по объему. Повышение устойчивости образцов наполненных сыпучим заполнителем относительно пустых образцов при местной потере составляла около 16 %, а повышение устойчивости образцов при полной потере составляла около 31%. В работе [10] для цилиндрических образцов, у которых наружный диаметр 65,5 мм, длина 135 мм, толщина 0,1 мм возрастание критической нагрузки образцов наполненных сыпучими материалами относительно пустых образцов составляла 40,50 % [10].

При кручении так же была установлена зависимость критического крутящего момента пустых и наполненных сыпучим заполнителем на 90 % по объему. Повышение устойчивости образцов наполненных сыпучим заполнителем относительно пустых образцов при полной потере устойчивости составляла около 7%. Приблизительно такие же проценты (7,7%) повышения критического крутящего момента относительно пустых образцов получены в работе [13].

Заключение.

- (1) Анализ результатов экспериментальных исследований показал, что приведенные результаты статистической обработки результаты всех испытаний подчиняются нормальному закону распределения и эксперименты выполнены с доверительной вероятностью $P = 0,95$. Анализ результатов исследования, наполненных сыпучим заполнителем тонкостенных цилиндрических оболочек показывает, что, начиная от поперечной силы равной 71,03 Н до 124,56 Н, оболочки теряют устойчивость в две стадии: первая – потеря местной устойчивости, вторая – полная потеря устойчивости образца. Начиная от величины поперечной силы равной 124,56 Н до 140,00 Н происходит сразу полная потеря устойчивости образца.
- (2) Для тонкостенных оболочек, наполненных сыпучим материалом, устойчивость повышается.
- (3) Практические расчеты на устойчивость необходимо выполнять для критического состояния местной потери устойчивости.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. М.В. Петров – постановка задачи, написание текста рукописи, согласование финальной версии рукописи, О.А. Алексеева – обзор литературы, постановка и проведение экспериментов, обработка данных, Б.В. Михайлов – постановка и проведение экспериментов, обработка данных, анализ результатов, оформление таблиц и рисунков.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. M.V. Petrov – formulation of the task, writing of the manuscript text, coordination of the final version of the manuscript, O.A. Alekseeva – literature review, formulation and execution of experiments, data processing, B.V. Mikhailov – formulation and execution of experiments, data processing, analysis of results, and design of tables and figures.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding. This study was not supported by any external sources of funding.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. Т. 2. Ч. 2. 3-е изд. Москва: Издательство Юрайт, 2025. 480 с. (Высшее образование). Учебник для вузов.
2. Вольмир А. С., Григорьев Ю. П., Станкевич А. И. Сопротивление материалов. Москва: Дрофа, 2007. 591 с. EDN: SDTWRP. Учебник для вузов.
3. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Иосилевич Г. Б. Расчет на прочность деталей машин. 4-е изд. Москва: Машиностроение, 1993. 640 с. EDN: KOJBWQ. Справочник.
4. Ильюшин А. А., Огибалов П. М. Упругопластические деформации полых цилиндров. Москва: Издательство Московского университета, 1960. 227 с.
5. Зубчанинов В. Г. Устойчивость и пластичность: Устойчивость. Т. 1. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 448 с.
6. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. 3-е изд. Москва: Либроком, 2009. 640 с.
7. Маневич А. И., Пономаренко Е. А., Прокопало Е. Ф. Устойчивость ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой. Сообщение 1. Теория // Проблемы прочности. 2013. № 1. С. 101–111.
8. Маневич А. И., Пономаренко Е. А., Прокопало Е. Ф. Устойчивость ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой. Сообщение 2. Эксперимент // Проблемы прочности. 2013. № 2. С. 114–120.
9. Баженов В. Г. и др. Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе // Проблемы прочности и пластичности. 2009. № 71. С. 77–83. EDN: KYUOXT.
10. Петров М. В., Гоник Е. Г., Федорова Т. Г. Устойчивость при изгибе тонкостенных оболочек, заполненных различными сыпучими материалами // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2017. № 4. С. 52–58. EDN: YXCEQO.
11. Гоник Е. Г., Петров М. В., Федорова Т. Г. Экспериментальное исследование потери устойчивости консольно закрепленных цилиндрических тонкостенных оболочек при поперечном изгибе // Проблемы прочности и пластичности. 2016. Т. 78, № 2. С. 228–235. EDN: WAASCR.
12. Петров М. В. и др. Экспериментальные исследования устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины, заполненных сыпучим материалом, при кручении // Международный журнал по расчету гражданских и

- строительных конструкций. 2023. Т. 19, № 3. С. 49–57. DOI: 10.22337/2587-9618-2023-19-3-49-57. EDN: LNAVAO.
13. Петров М. В. и др. Приближенный метод расчета на устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины, заполненных сыпучим материалом, при кручении // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2022. № 2. С. 10–18. DOI: 10.37972/chgpu.2022.52.2.002. EDN: JYAIGD.
 14. Петров М. В. и др. Экспериментальное определение модуля сдвига алюминиевого сплава 3004 в состоянии Н19 // Строительство и застройка: жизненный цикл – 2024: материалы VII Международной (XIII Всероссийской) конференции (Чебоксары, 20–21 нояб. 2024). Чебоксары: ООО «Издательский дом „Среда“», 2024. С. 196–202. EDN: WCDAQX.
 15. Баженов В. Г. и др. Численное моделирование предельных состояний упруго-пластических оболочек вращения при комбинированных сложных нагружениях // Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела: материалы VIII Международного научного симпозиума, посвященного 85-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники РФ профессора В. Г. Зубчанинова (Тверь, 9–11 дек. 2015). Тверь: Тверской государственный технический университет, 2015. С. 34–41.
 16. Rotter J. M., Sadowski A. J. Full plastic resistance of tubes under bending and axial force: exact treatment and approximations // Structures. 2016. Vol. 10. P. 30–38. DOI: 10.1016/j.istruc.2016.11.004.
 17. Сысоев О. Е., Намоконов А. Н., Сысоев Е. О. Численные исследования колебаний тонкостенной цилиндрической оболочки в пластической зоне деформации // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2025. 4(66). С. 173–184. DOI: 10.37972/chgpu.2025.66.4.012. EDN: ESVEFT.
 18. URL: https://files.ssrcweb.org/proceedings/2023/Ding_et_al_SSRC_2023.pdf. (Дата обр. 10.04.2026).
 19. URL: <https://gostrf.com/normadata/1/4294852/4294852782.pdf>. (Дата обр. 14.04.2026).
 20. Золотухин Ю. Д. Испытание строительных конструкций. Минск: Высшая школа, 1983. 208 с. Учебное пособие для вузов по специальности «Промышленное и гражданское строительство».

REFERENCES

1. Vol'mir A. S. Stability of Deformable Systems. Vol. 2. Part 2. 3rd ed. Moscow: Yurait, 2025. 480 p. (Higher Education). Textbook for higher education institutions (in Russian).
2. Vol'mir A. S., Grigor'ev Y. P., Stankevich A. I. Strength of Materials. Moscow: Drofa, 2007. 591 p. EDN: SDTWRP. Textbook for higher education institutions (in Russian).
3. Birger I. A., Shorr B. F., Iosilevich G. B. Strength Analysis of Machine Components. 4th ed. Moscow: Mashinostroenie, 1993. 640 p. EDN: KOJBWQ. Handbook (in Russian).

4. Il'yushin A. A., Ogibalov P. M. Elastoplastic Deformations of Hollow Cylinders. Moscow: Moscow University Press, 1960. 227 p. (in Russian).
5. Zubchaninov V. G. Stability and Plasticity: Stability. Vol. 1. Moscow: FIZMATLIT, 2007. 448 p. (in Russian).
6. Timoshenko S. P., Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells. 3rd ed. Moscow: Librokom, 2009. 640 p. (in Russian).
7. Manevich A. I., Ponomarenko E. A., Prokopalo E. F. Stability of Orthotropic Cylindrical Shells under Bending by a Transverse Force. Part 1. Theory // Strength of Materials. 2013. No. 1. P. 101–111. (in Russian).
8. Manevich A. I., Ponomarenko E. A., Prokopalo E. F. Stability of Orthotropic Cylindrical Shells under Bending by a Transverse Force. Part 2. Experiment // Strength of Materials. 2013. No. 2. P. 114–120. (in Russian).
9. Bazhenov V. G. et al. Theoretical and Experimental Investigation of Buckling and Postbuckling Behavior of a Thin-Walled Cylindrical Shell under Bending // Problems of Strength and Plasticity. 2009. No. 71. P. 77–83. EDN: KYYOXT. (in Russian).
10. Petrov M. V., Gonik E. G., Fedorova T. G. Bending Stability of Thin-Walled Shells Filled with Various Granular Materials // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I. Ya. Yakovleva. Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2017. No. 4. P. 52–58. EDN: YXCEQO. (in Russian).
11. Gonik E. G., Petrov M. V., Fedorova T. G. Experimental Investigation of Buckling of Cantilevered Thin-Walled Cylindrical Shells under Transverse Bending // Problems of Strength and Plasticity. 2016. Vol. 78, no. 2. P. 228–235. EDN: WAASCR. (in Russian).
12. Petrov M. V. et al. Experimental Investigations of the Torsional Stability of Medium-Length Thin-Walled Cylindrical Shells Filled with Granular Material // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2023. Vol. 19, no. 3. P. 49–57. DOI: 10.22337/2587-9618-2023-19-3-49-57. EDN: LHABA0. (in Russian).
13. Petrov M. V. et al. Approximate Method for Calculating the Torsional Stability of Medium-Length Thin-Walled Cylindrical Shells Filled with Granular Material // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I. Ya. Yakovleva. Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2022. No. 2. P. 10–18. DOI: 10.37972/chgpu.2022.52.2.002. EDN: JYAIGD. (in Russian).
14. Petrov M. V. et al. Experimental Determination of the Shear Modulus of 3004 Aluminum Alloy in the H19 Temper // Construction and Development: Life Cycle – 2024: Proceedings of the VII International (XIII All-Russian) Conference (Cheboksary, Nov. 20–21, 2024). Cheboksary: Sreda Publishing House, 2024. P. 196–202. EDN: WCDAQX. (in Russian).
15. Bazhenov V. G. et al. Numerical Modeling of Limit States of Elastoplastic Shells of Revolution under Combined Complex Loading // Strength, Plasticity, and Stability Problems in the Mechanics of Deformable Solids: Proceedings of the VIII International Scientific Symposium Dedicated to the 85th Anniversary of Professor V. G. Zubchaninov (Tver, Dec. 9–11, 2015). Tver: Tver State Technical University, 2015. P. 34–41. (in Russian).

16. Rotter J. M., Sadowski A. J. Full Plastic Resistance of Tubes under Bending and Axial Force: Exact Treatment and Approximations // Structures. 2016. Vol. 10. P. 30–38. DOI: 10.1016/j.istruc.2016.11.004.
17. Sysoev O. E., Namokonov A. N., Sysoev E. O. Numerical Investigation of Vibrations of a Thin-Walled Cylindrical Shell in the Plastic Deformation Zone // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I. Ya. Yakovleva. Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2025. 4(66). P. 173–184. DOI: 10.37972/chgpu.2025.66.4.012. EDN: ESVEFT. (in Russian).
18. Ding et al. SSRC 2023 Conference Paper. URL: https://files.ssrcweb.org/proceedings/2023/Ding_et_al_SSRC_2023.pdf (visited on 04/10/2026).
19. Regulatory Document. URL: <https://gostrf.com/normadata/1/4294852/4294852782.pdf> (visited on 04/14/2026); (in Russian).
20. Zolotukhin Y. D. Testing of Building Structures. Minsk: Vysheishaya Shkola, 1983. 208 p. Textbook for higher education institutions specializing in industrial and civil construction (in Russian).