

АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ПРИМЕРЕ СКАЛЬНЫХ ГРУНТОВ И КОМПОЗИТОВ ДЛЯ МЕДИЦИНСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ

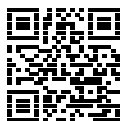
Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия

Аннотация. Композитные материалы получили широкое распространение в различных областях человеческой деятельности. Авиакосмическая отрасль, автомобилестроение и транспорт, судостроение, строительство, горное дело и архитектура, энергетика, медицина, химическая промышленность, электроника и электротехника. В каждом отдельном направлении композитные материалы применяются для решения различных по своей природе задач. На данный момент из-за анизотропной, многоуровневой, дефекточувствительной природы композитов проектирование новых материалов под специализированные задачи и определение характеристик существующих композитных материалов связано с проведением большого количества практических экспериментов и требует затрат времени и финансовых ресурсов, а в некоторых случаях, как например для горных пород (горные породы являются композитами природного образования) просто невозможно. Таким образом, потребность в разработке методики определения эффективных характеристик композитных материалов с помощью численно-аналитических методов является актуальной для определения свойств структурно неоднородных сред (таких как композитные материалы и горные породы), проектирования новых композитных материалов с заданными свойствами, инженерных расчетов и научных исследований. В рамках данной работы была разработана методика определения эффективных характеристик композитных материалов, имеющих периодическую структуру, со случайными характеристиками фаз. В отличие от ранее разработанных методов и практикуемых лабораторных исследований разработанная методика позволяет быстро и с необходимой точностью определить эффективные механические характеристики материалов. Использование этой методики особенно актуально для определения свойств массивов горных пород, где часто их определение невозможно или сопряжено со значительными финансовыми и временными затратами. Разработанная методика реализует оценку эффективного тензора жесткости и соответственно эффективных технических характеристик композитных материалов (модули Юнга, сдвига и коэффициенты Пуассона) с использованием методов теории вероятностей и математической статистики и метода асимптотического усреднения. Метод кривых Пирсона был определен как оптимальный для обработки базового набора лабораторных данных и определения закона распределения варьируемых характеристик матрицы и включения, рассматриваемых в рамках данной работы как случайные величины. Методика была апробирована на результатах двух лабораторных экспериментов: на результатах испытания скального

массива, являющегося основанием одного из ответственных сооружений; на результатах испытаний медицинского композита (костного цемента), выполненных для определения оптимального соотношения присадок. Представленные в работе подходы к оценке эффективных деформационных характеристик композитных материалов периодической структуры со случайными значениями механических характеристик могут быть применены для существенного уточнения определения характеристик природных композитов таких, как скальные и мерзлые грунты для строительства, а также при разработке новых композитных материалов с заданными характеристиками. Диссертация докладывалась в полном объеме на № 788 Заседании Семинара по механике сплошной среды им. Л.А. Галина ИПМех РАН под руководством академика И.Г. Горячевой и профессора Ю.Н. Радаева. Автор благодарит профессора Ю.Н. Радаева за внимание и поддержку в работе!

Ключевые слова: метод Пирсона, метод графического изображения и табулирования, критерии согласия, функция распределения компонентов тензора жёсткости слоёв, эффективный тензор жёсткости, эффективные деформационные характеристики.

Сорокин Георгий Сергеевич, аспирант; e-mail: gergsorokin@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0007-6868-7805>; РИНЦ AuthorID: 1254141



для цитирования: Сорокин Г.С. Аналитико-численные методы определения эффективных механических характеристик композитных материалов на примере скальных грунтов и композитов для медицинского применения // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2026. № 2(68). С. 247–251. DOI: 10.37972/chgpu.2026.68.2.017. EDN: CCYLZR

Статья опубликована на условиях лицензии *Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)*.

G. S. Sorokin

**ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS FOR
DETERMINING THE EFFECTIVE MECHANICAL
CHARACTERISTICS OF COMPOSITE MATERIALS ON THE
EXAMPLE OF ROCK SOILS AS NATURALLY FORMED
COMPOSITES AND COMPOSITES FOR MEDICAL
APPLICATIONS**

Institute of Applied Mechanics of RAS, Moscow, Russia

Abstract. Composite materials have become widely used in various fields of human endeavor, including aerospace, automotive and transportation, shipbuilding, construction, mining and architecture, the energy industry, medicine, the chemical industry, and electronics and electrical engineering. In each field, composite materials are used to solve diverse problems. Currently, due to the anisotropic, multi-layered, and defect-sensitive nature of composites, designing of new materials tailored to specific applications and determination of the properties of existing composite materials requires extensive practical experimentation, time-consuming, and resource-intensive research. In some cases, such as rocks (which are composites of natural formations), this is simply impossible. Thus, the need to develop a methodology for determining the effective characteristics of composite materials using numerical-analytical methods is relevant for assessing the properties of structurally heterogeneous media (such as composite materials and rocks), designing new composite materials with specified properties, performing engineering calculations, and conducting of scientific research. Within the framework of this study, was developed a methodology for determining of the effective characteristics of composite materials with a periodic structure and random phase properties. In contrast to previously developed methods and commonly used laboratory investigations, the proposed methodology makes it possible to determine the effective mechanical properties of materials quickly and with the required accuracy. The use of this methodology is particularly relevant for determining the properties of rock masses, where their assessment is often impossible or involves significant financial and time costs. The developed methodology provides an assessment of the effective stiffness tensor and, accordingly, the effective engineering properties of composite materials (Young's moduli, shear moduli, and Poisson's ratios) using methods of probability theory and mathematical statistics, as well as the asymptotic homogenization method. The Pearson curve method was identified as the optimal approach for processing the basic set of laboratory data and determining the distribution law of the variable properties of the matrix and the inclusion, which are considered in this study as random variables. The methodology was validated using the results of two laboratory experiments: on the results of testing a rock mass serving as the foundation of a critical structure; on the results of testing a medical composite (bone cement), performed to determine the optimal ratio of additives. The approaches presented in this work for evaluating the effective deformation characteristics of composite materials with a periodic structure and random values of mechanical properties can be applied to significantly improve the determination of the

characteristics of natural composites, such as rock and frozen soils used in construction, as well as in the development of new composite materials with specified properties. The dissertation was presented in full at the No. 788 meeting of the L. A. Galin Seminar on Continuum Mechanics of the Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, chaired by Academician I. G. Goryacheva and Professor Yu. N. Radayev. The author expresses gratitude to Professor Yu. N. Radayev for his attention and support in this work.

Keywords: Pearson's method, graphical representation and tabulation method, goodness-of-fit criteria, random distribution function of layer stiffness tensor components, effective stiffness tensor; effective deformation characteristics.

Georgii S. Sorokin, graduate student; e-mail: gergsorokin@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0007-6868-7805>; AuthorID: 1254141



to cite this article: Sorokin G.S. Analytical and numerical methods for determining the effective mechanical characteristics of composite materials on the example of rock soils as naturally formed composites and composites for medical applications // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I.Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2026. No 2(68). p. 247–251. DOI: 10.37972/chgpu.2026.68.2.017

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. Г. С. Сорокину принадлежит разработка описываемой в тексте рукописи методики, написание текста рукописи, согласование финальной версии рукописи, обзор литературы по теме статьи.

Конфликт интересов. Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Автор заявляет об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. Georgii S. Sorokin was responsible for development of the methodology described in the manuscript, writing of the manuscript text, approval of the final version of the manuscript, and literature review on the topic of the article.

Competing interests. The author declares that they have no competing interests.

Funding. This study was not supported by any external sources of funding.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов А. Н., Власов Д. А., Сорокин Г. С., Карнет Ю. Н. Оценка эффективного тензора жесткости композитного материала с периодическим расположением центров включений // Механика композиционных материалов и конструкций. 2023. Т. 29, № 4. С. 502–519. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2023.29.04.06. EDN: UTJYMX.

Received: 15.06.26;

accepted: 07.09.26;

published: 29.10.26.

2. Власов А. Н., Сорокин Г. С., Власов Д. А., Карнет Ю. Н. Оценка эффективного тензора жесткости композитного материала периодической структуры со случайными модулями деформации // Механика композиционных материалов и конструкций. 2024. Т. 30, № 3. С. 338–353. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2024.30.03.04. EDN: НIKCBR.
3. Kolmogorov A. N. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Berlin: Springer, 1933. 62 p.
4. Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин А. Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. Москва: Наука, 1985. 640 с.
5. Кокс Д. Г., Оукс Д. Анализ данных типа времени жизни. Москва: Финансы и статистика, 1988. 191 с.
6. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. Москва: Мир, 1968. 396 с.
7. Ковалевский А. П. Статистические критерии. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2022. 92 с.

REFERENCES

1. Vlasov A. N., Vlasov D. A., Sorokin G. S., Karnet Y. N. Estimation of the Effective Stiffness Tensor of a Composite Material with a Periodic Arrangement of Inclusion Centers // Mechanics of Composite Materials and Structures. 2023. Vol. 29, no. 4. P. 502–519. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2023.29.04.06. EDN: UTJYMX. (in Russian).
2. Vlasov A. N., Sorokin G. S., Vlasov D. A., Karnet Y. N. Estimation of the Effective Stiffness Tensor of a Composite Material with a Periodic Structure and Random Deformation Moduli // Mechanics of Composite Materials and Structures. 2024. Vol. 30, no. 3. P. 338–353. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2024.30.03.04. EDN: НIKCBR. (in Russian).
3. Kolmogorov A. N. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Berlin: Springer, 1933. 62 p.
4. Korolyuk V. S., Portenko N. I., Skorokhod A. V., Turbin A. F. Handbook of Probability Theory and Mathematical Statistics. Moscow: Nauka, 1985. 640 p. (in Russian).
5. Cox D. R., Oakes D. Analysis of Survival Data. Moscow: Finansy i Statistika, 1988. 191 p. (in Russian).
6. Hahn G. J., Shapiro S. S. Statistical Models in Engineering. Moscow: Mir, 1968. 396 p. (in Russian).
7. Kovalevskii A. P. Statistical Criteria. Novosibirsk: Novosibirsk State University, 2022. 92 p. (in Russian).