

Мурашкин Е. В.

ПСЕВДОТЕНЗОРНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В ТЕРМОМЕХАНИКЕ ПОЛУИЗОМЕТРИЧЕСКИХ МИКРОПОЛЯРНЫХ ТЕЛ

*Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

Аннотация. Освещаются вопросы использования алгебры и анализа псевдотензоров при моделировании термоупругого поведения полуизометрических микрополярных тел. Обсуждаются фундаментальные понятия геометрических измерений (площадей и объемов в трехмерном пространстве) и их влияние на алгебраические веса термомеханических параметров [1-5]. Рассматриваются проблемы детерминирования алгебраических весов микро- и наномасштабных термомеханических характеристик микрополярных тел. Развиваемая теория полуизометрической микрополярной термоупругости формулируется в терминах псевдовектора спинорных перемещений нечетного веса. Отмечается абсолютная инвариантность таких понятий термомеханики, как абсолютная термодинамическая температура, масса и массовые плотности (энтропии, внутренней энергии, свободной энергии Гельмгольца и т.д.). Предложена мультивесовая псевдотензорная формулировка принципа виртуальных перемещений и приведенного уравнения баланса энергии. Обсуждается переход от псевдотензорной формулировки уравнений развиваемой теории к формулировке в терминах абсолютных тензоров. Получены и проанализированы мультивесовые формулировки псевдовекторных дифференциальных уравнений статики и динамики полуизометрического термоупругого тела. Рассмотрены преобразования указанных уравнений в случаях инверсии пространства и зеркального отражения относительно заданной плоскости. Обсуждается наличие инверсных волновых мод (наряду с прямыми) в распространяющейся плоской волне [6, 7].

Ключевые слова: алгебраический вес, псевдотензор, наномасштаб, микромасштаб, микрополярность, псевдотензорный элемент объема, мультивесовая формулировка

Мурашкин Евгений Валерьевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории механики новых материалов и технологий; e-mail: murashkin@ipmnet.ru; <https://orcid.org/0000-0002-3267-4742>; AuthorID: 129570



для цитирования: Мурашкин Е. В. Псевдотензорные представления в термомеханике полуизометрических микрополярных тел // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2026. № 2(68). С. 257–260. DOI: 10.37972/chgpu.2026.68.2.003. EDN: YGYJBV

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0).

E. V. Murashkin

PSEUDOTENSOR REPRESENTATIONS IN THE THERMOMECHANICS OF SEMI-ISOMETRIC MICROPOLAR SOLIDS

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia
Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

Abstract. The problems of employing the algebra and analysis of pseudotensors in modeling the thermoelastic behavior of semi-isometric micropolar solids are highlighted. Fundamental concepts of geometric measurements (areas and volumes in three-dimensional space) and their influence on the algebraic weights of thermomechanical parameters are discussed [1-5]. The problems of determining the algebraic weights of micro- and nanoscale thermomechanical characteristics of micropolar solids are considered. The theory of semi-isometric micropolar thermoelasticity is formulated in terms of a pseudovector of spinor displacements of odd weight. The absolute invariance of thermomechanical concepts as absolute thermodynamic temperature, mass, and mass densities (of entropy, internal energy, Helmholtz free energy, etc.) is noted. A multiweight pseudotensor formulation of the virtual displacements principle and the reduced energy balance equation is proposed. The transition from the pseudotensor formulation of the equations of the theory being developed to a formulation in terms of absolute tensors is discussed. Multiweight formulations of pseudovector differential equations of statics and dynamics of a semi-isometric thermoelastic solid are obtained and analyzed. Transformations of these equations are considered in the cases of space inversion and mirror reflection relative to a given plane. The presence of inverse wave modes (along with direct ones) in a propagating plane wave is discussed [6, 7].

Keywords: algebraic weight, pseudotensor, nanoscale, microscale, micropolarity, pseudotensor volume element, multi-weight formulation

Evgenii V. Murashkin, Cand. Sci. Phys. & Math., MD, Senior Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences; **e-mail:** evmurashkin@gmail.ru; <https://orcid.org/0000-0002-3267-4742>; AuthorID: 129570



to cite this article: Murashkin E. V. Pseudotensor Representations in the Thermomechanics of Semi-Isometric Micropolar Solids // Vestn. Chuvash. Gos. Ped. Univ. im. I. Ya. Yakovleva Ser.: Mekh. Pred. Sost. 2026. No 2(68). p. 257–260. DOI: 10.37972/chgpu.2026.68.2.003

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Конфликт интересов. Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Работа выполнена по теме государственного задания (номер госрегистрации 124013000674-0).

ADDITIONAL INFORMATION

Competing interests. The author declares that he have no competing interests.

Funding. This study was in part financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (State Registration Number 124013000674-0).

ЛИТЕРАТУРА

1. Murashkin E. V., Radayev Y. N. On algebraic triple weights formulation of micropolar thermoelasticity // *Mechanics of Solids*. United States, 2024. Vol. 59, no. 1. P. 555–580. DOI: 10.1134/s0025654424700274.
2. Мурашкин Е. В., Стадник Н. Э. Мультивесовая теория слабых разрывов, распространяющихся в полуизотропной термоупругой микрополярной среде // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия механика предельного состояния*. 2024. 2(60). С. 87–106. DOI: 10.37972/chgpu.2024.60.2.007.
3. Ковалев В. А., Мурашкин Е. В., Стадник Н. Э. О мультивесовых формулировках краевых условий в теориях поверхностного роста // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия механика предельного состояния*. 2024. 1(59). С. 5–20. DOI: 10.37972/chgpu.2024.59.1.013.
4. Мурашкин Е. В., Радаев Ю. Н. Мультивесовая термомеханика гемитропных микрополярных тел // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия механика предельного состояния*. 2023. 4(58). С. 86–120. DOI: 10.37972/chgpu.2023.58.4.010.
5. Мурашкин Е. В. Распространение связанных гармонических волн в теплоизолированном цилиндрическом волноводе // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия механика предельного состояния*. 2024. 4(62). С. 116–126. DOI: 10.37972/chgpu.2024.62.4.008.
6. Мурашкин Е. В. Условия атермичности продольных волн для полуизотропных термоупругих микрополярных сред // *Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета*. 2024. 7(79). С. 82–86.
7. Murashkin E. V., Radayev Y. N. Mirror Wave Modes of Time-Harmonic Monochromatic Plane Waves in Hemitropic Elastic Micropolar Media // *Mechanics of Solids*. United States, 2025. Vol. 60, no. 5. P. 3566–3575. DOI: 10.1134/s0025654425700025.

REFERENCES

1. Murashkin E. V., Radayev Y. N. On algebraic triple weights formulation of micropolar thermoelasticity // *Mechanics of Solids*. United States, 2024. Vol. 59, no. 1. P. 555–580. DOI: 10.1134/s0025654424700274.
2. Murashkin E. V., Stadnik N. E. Multi-weight theory of weak discontinuities propagating in a semi-isotropic thermoelastic micropolar medium // *Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University named after I. Ya. Yakovlev. Series: Mechanics of Limit State*. 2024. 2(60). C. 87–106. DOI: 10.37972/chgpu.2024.60.2.007.
3. Kovalev V. A., Murashkin E. V., Stadnik N. E. On multi-weight formulations of boundary conditions in theories of surface growth // *Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University named after I. Ya. Yakovlev. Series: Mechanics of Limit State*. 2024. 1(59). C. 5–20. DOI: 10.37972/chgpu.2024.59.1.013.
4. Murashkin E. V., Radayev Y. N. Multi-weight thermomechanics of hemitropic micropolar solids // *Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University named after I. Ya. Yakovlev. Series: Mechanics of Limit State*. 2023. 4(58). C. 86–120. DOI: 10.37972/chgpu.2023.58.4.010.
5. Murashkin E. V. Propagation of coupled harmonic waves in a thermally insulated cylindrical waveguide // *Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University named after I. Ya. Yakovlev. Series: Mechanics of Limit State*. 2024. 4(62). C. 116–126. DOI: 10.37972/chgpu.2024.62.4.008.
6. Murashkin E. V. Conditions of athermality of longitudinal waves for semi-isotropic thermoelastic micropolar media // *Scientific Notes of Komsomolsk-on-Amur State Technical University*. 2024. 7(79). C. 82–86.
7. Murashkin E. V., Radayev Y. N. Mirror Wave Modes of Time-Harmonic Monochromatic Plane Waves in Hemitropic Elastic Micropolar Media // *Mechanics of Solids*. United States, 2025. Vol. 60, no. 5. P. 3566–3575. DOI: 10.1134/s0025654425700025.